Teste de inteligență, probleme de logică, puzzle și amuzamente matematice

Volumul 2

Henry Ernest Dudeney

Traducere și adaptare:

Nicolae Sfetcu

MultiMedia Publishing

Teste de inteligență, probleme de logică, puzzle și amuzamente matematice

Volumul 2

Nicolae Sfetcu

Traducere și adaptare: Nicolae Sfetcu

Publicat de MultiMedia Publishing

PREVIZUALIZARE CARTE

Titlul original: Amusements in Mathematics (1917)

Autor: Henry Ernest Dudeney (1857 – 1930)

Publicat de MultiMedia Publishing, Drobeta Turnu Severin, 2020, www.setthings.com/ro/editura

ISBN 978-606-033-369-2

aplică tuturor daunelor de orice fel, incluzând (fără limitare) compensatorii; daune directe, indirecte sau consecvente, inclusiv pentru terțe părți.

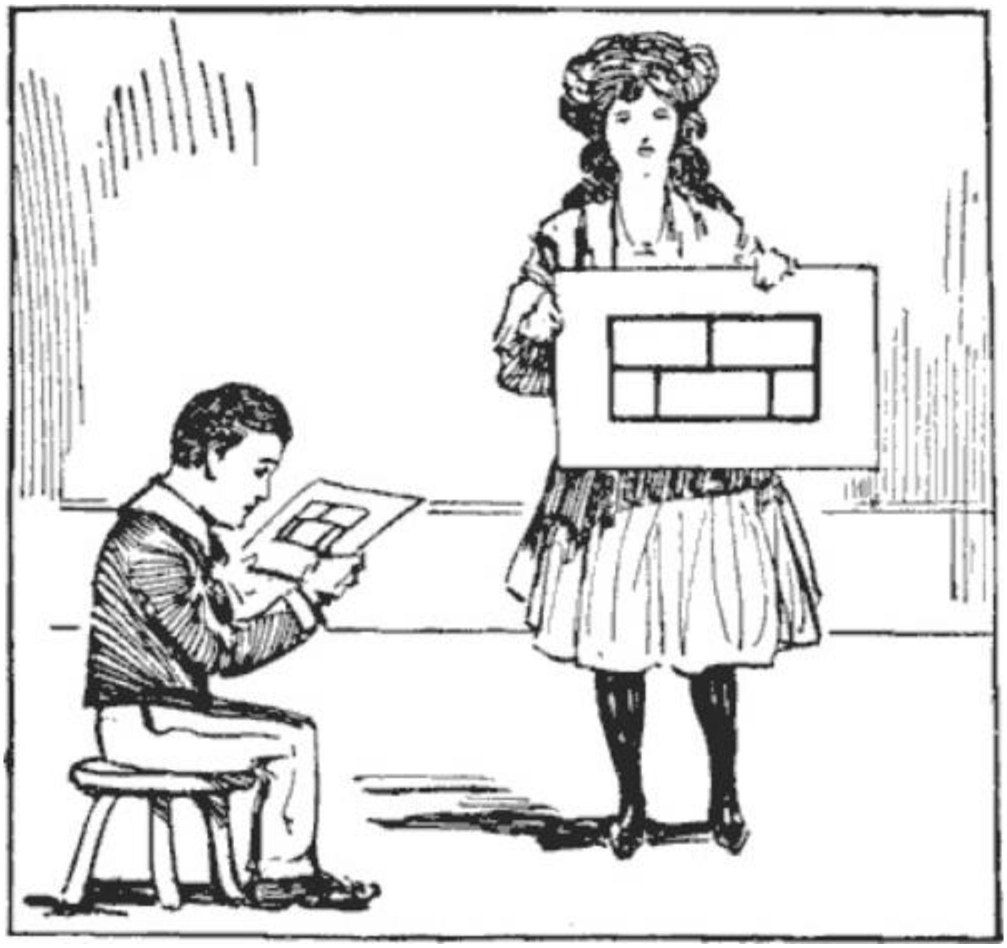
Înțelegeți că această carte nu intenționează să înlocuiască consultarea cu un profesionist educațional, juridic sau financiar licențiat. Înainte de a o utiliza în orice mod, vă recomandăm să consultați un profesionist licențiat pentru a vă asigura că faceți ceea ce este mai bine pentru dvs.

Această carte oferă conținut referitor la subiecte educaționale. Utilizarea ei implică acceptarea acestei declinări de responsabilitate.

Probleme de curse unice și trasee

Este rezonabil să presupunem că, încă din cele mai vechi timpuri, oamenii și-au pus între ei întrebări ca acestea: ”Care este cel mai apropiat drum spre casă?” ”Care este cea mai ușoară sau mai plăcută cale?” ”Cum putem găsi o cale care ne va permite să evităm mastodontul și plesiozaurul?” ”Cum putem ajunge acolo fără să traversăm vreodată calea inamicului?” Toate acestea sunt probleme elementare ale traseelor și pot fi transformate în teste bune prin introducerea unor condiții care complică problema. O varietate de astfel de complicații vor fi găsite în următoarele exemple. Am inclus, de asemenea, unele exemple mai mult sau mai puțin dificile. Acestea oferă o practică excelentă pentru raționament și permit generalizarea în cazul formelor simetrice în cel mai instructiv mod posibil.

O problemă pentru copii

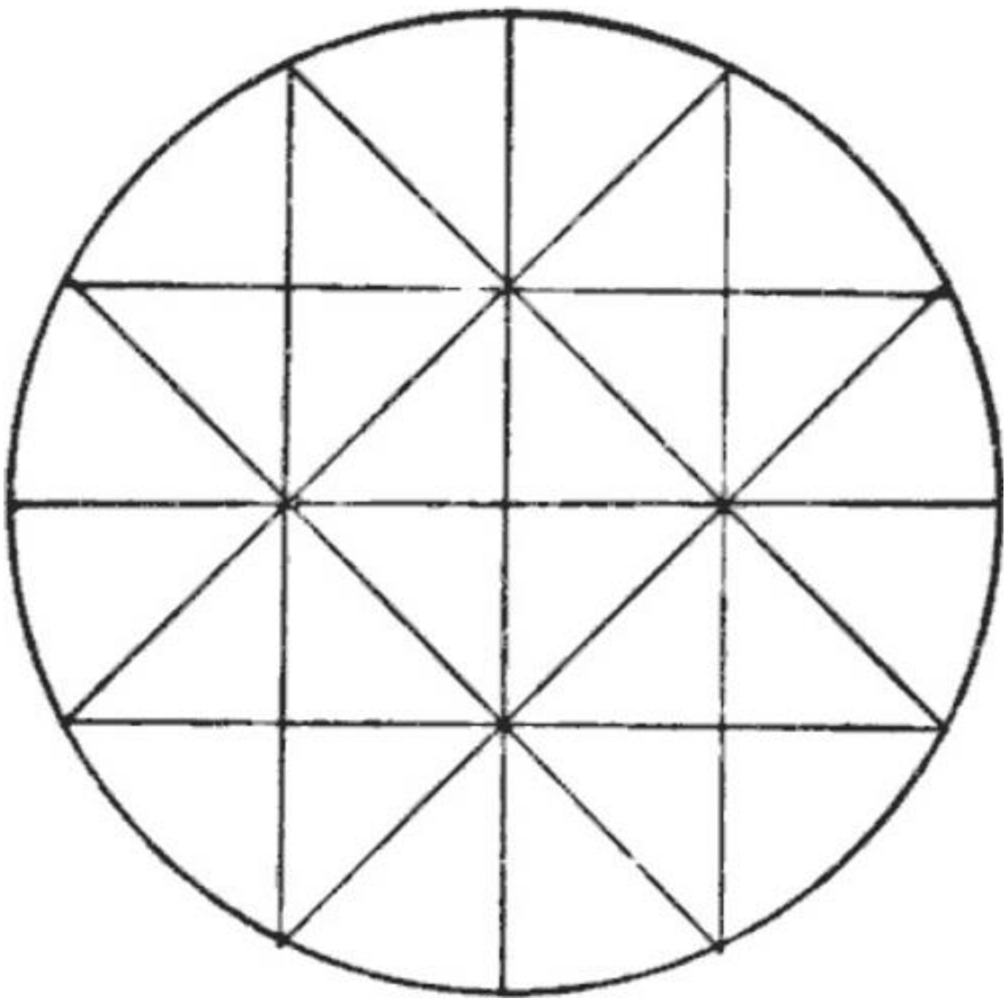


Timp de ani de zile am fost permanent întrebat de micii mei prieteni despre acest mic puzzle. Cei mai mulți dintre copii par să-l cunoască, și totuși, destul de curios, aceștia invariabil nu cunosc răspunsul. Întrebarea pe care o pun mereu este: ”Vă rog, spuneți-mi dacă este cu adevărat posibil.” Cred că Houdin prestidigitatorul oferea cu mare plăcere răspunsul prietenilor săi copii, dar nu pot spune dacă el a inventat micul puzzle sau nu. Fără îndoială, un număr mare de cititori sunt nerăbdători să afle misterul soluției, așa că nu îmi cer scuze pentru introducerea făcută la această problemă veche.

Problema este de a desena cu creionul, din trei linii, diagrama pe hârtie pe care o arată fetița în ilustrație. Desigur, nu trebuie să îndepărtați creionul de pe hârtie în timpul desenării unei linii, sau să treceți peste aceeași linie a doua oară. Veți afla că puteți obține o bună parte din figură dintr-o singură linie continuă, dar va apărea întotdeauna ca și cum ar fi necesare patru linii pentru a rezolva problema.

O altă formă a puzzle-ului este să desenați diagrama pe o placă de ardezie și apoi să o ștergeți în trei mișcări.

Cercul secționat



Care e numărul minim de mutări (treceri cu creionul peste o linie), fără a vă ridica creionul de pe hârtie, aveți nevoie pentru a desena imaginea prezentată în figira de mai sus? Când schimbați direcția creionului începe o nouă mutare. Puteți trece peste aceeași linie de mai multe ori dacă doriți. Este nevoie doar de puțină atenție.

...

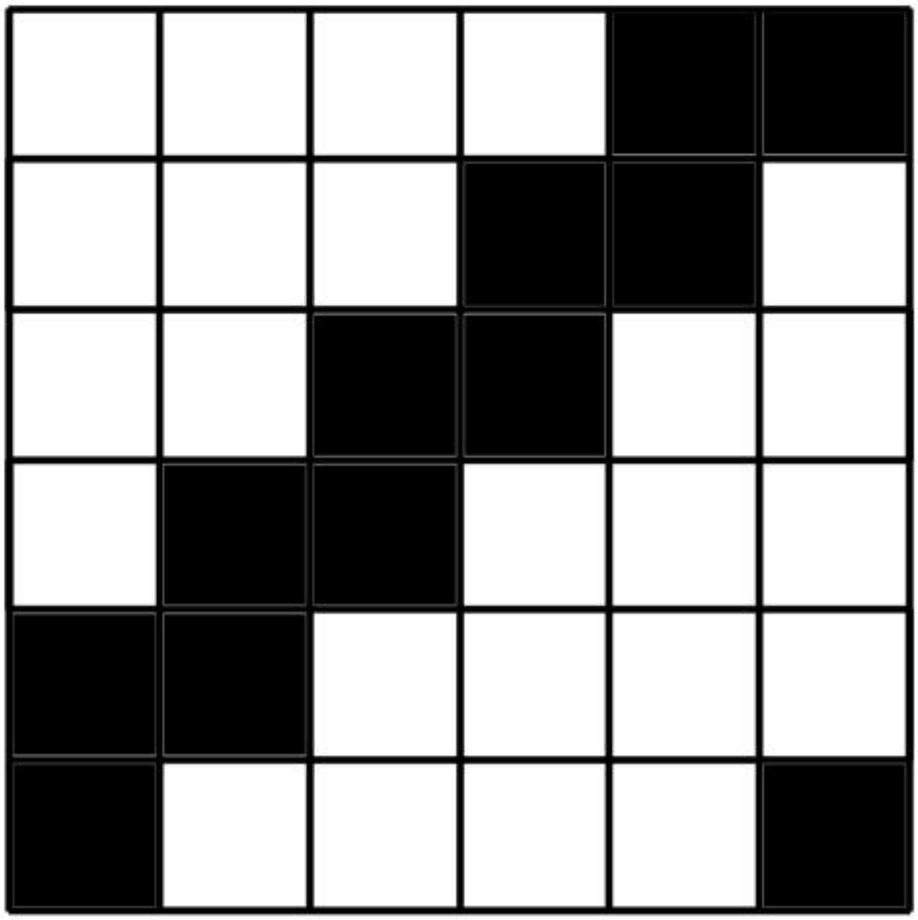
Probleme de combinări și grupuri

Diferitele puzzle-uri din această clasă ar putea fi numite probleme de "geometria situației", însă soluția lor depinde într-adevăr de teoria combinărilor care, la rândul său, derivă direct din teoria permutărilor. A părut convenabil să se includă aici anumite puzzle-uri de grupuri și enumerări care ar putea fi, probabil, din același motiv plasate în altă parte. Poate că ar fi interesante câteva remarci pe marginea unei probleme bine cunoscute din aceeași clasă, cunoscută de francezi ca *La Problême des Ménages* (*Problema cuplurilor căsătorite*). Dacă *n* doamne căsătorite sunt așezate la o masă rotundă în orice ordine determinată, în câte moduri pot fi plasați cei *n* soți ai lor, astfel încât fiecare om să fie între două doamne, dar niciunul lângă soția sa?

Această problemă dificilă a fost rezolvată mai întâi de Laisant, iar metoda prezentată în următorul tabel se datorează lui Moreau:

4	0	2
5	3	13
6	13	80
7	83	579
8	592	4738
9	4821	43387
10	43979	439792

Prima coloană arată numărul de cupluri căsătorite. Numerele din a doua coloană sunt obținute astfel: 5 × 3 + 0 - 2 = 13; 6 × 13 + 3 + 2 = 83; 7 × 83 + 13 - 2 = 592; 8 x 592 + 83 + 2 = 4821; și așa mai departe. Găsiți toate numerele, cu excepția lui 2, în tabel, și metoda va fi evidentă. Se va remarca faptul că numărul 2 este scăzut când primul număr (numărul de cupluri) este impar și adăugat atunci când numărul este par. Numerele din a treia coloană sunt obținute astfel: 13 - 0 = 13; 83 - 3 = 80; 592 - 13 = 579; 4821 - 83 = 4738; și așa mai departe. Numerele din această ultimă coloană oferă soluțiile necesare. Astfel, patru cupluri pot fi așezate în două moduri, cinci cupluri pot fi plasate în treisprezece moduri și șase cupluri în optzeci de moduri.



Următoarea metodă, a lui Lucas, va arăta modul remarcabil în care analiza de șah poate fi aplicată soluției unei probleme circulare de acest tip. Împărțiți un pătrat în treizeci și șase de celule, șase pe șase, și scoateți toate celulele de pe diagonala lungă din colțul din stânga jos în colțul din dreapta sus, și cele cinci celule din diagonală de deasupra ei și celula din colțul din dreapta jos. Răspunsul pentru șase cupluri va fi același cu numărul de modalități prin care puteți plasa șase ture de șah (fără a utiliza celulele anulate) astfel încât nicio tură să nu poată ataca nicio altă tură. Se va constata că cele șase ture pot fi plasate în optzeci de moduri diferite, care sunt în acord cu tabelul de mai sus.

...

Tabla de șah

O tablă de șah este în esență o suprafață pătrată împărțită în șaizeci și patru de pătrate mai mici prin linii drepte în unghi drept. Inițial, nu a fost în carouri (adică făcută cu rânduri și coloane alternante alb-negru sau alte două culori), această îmbunătățire a fost introdusă doar pentru a ajuta ochiul în jocul real. Utilitatea caroiajului este incontestabilă. De exemplu, ea facilitează mișcarea nebunilor, permițându-ne să vedem cu ușurință când regele sau pionii noștri sunt pe

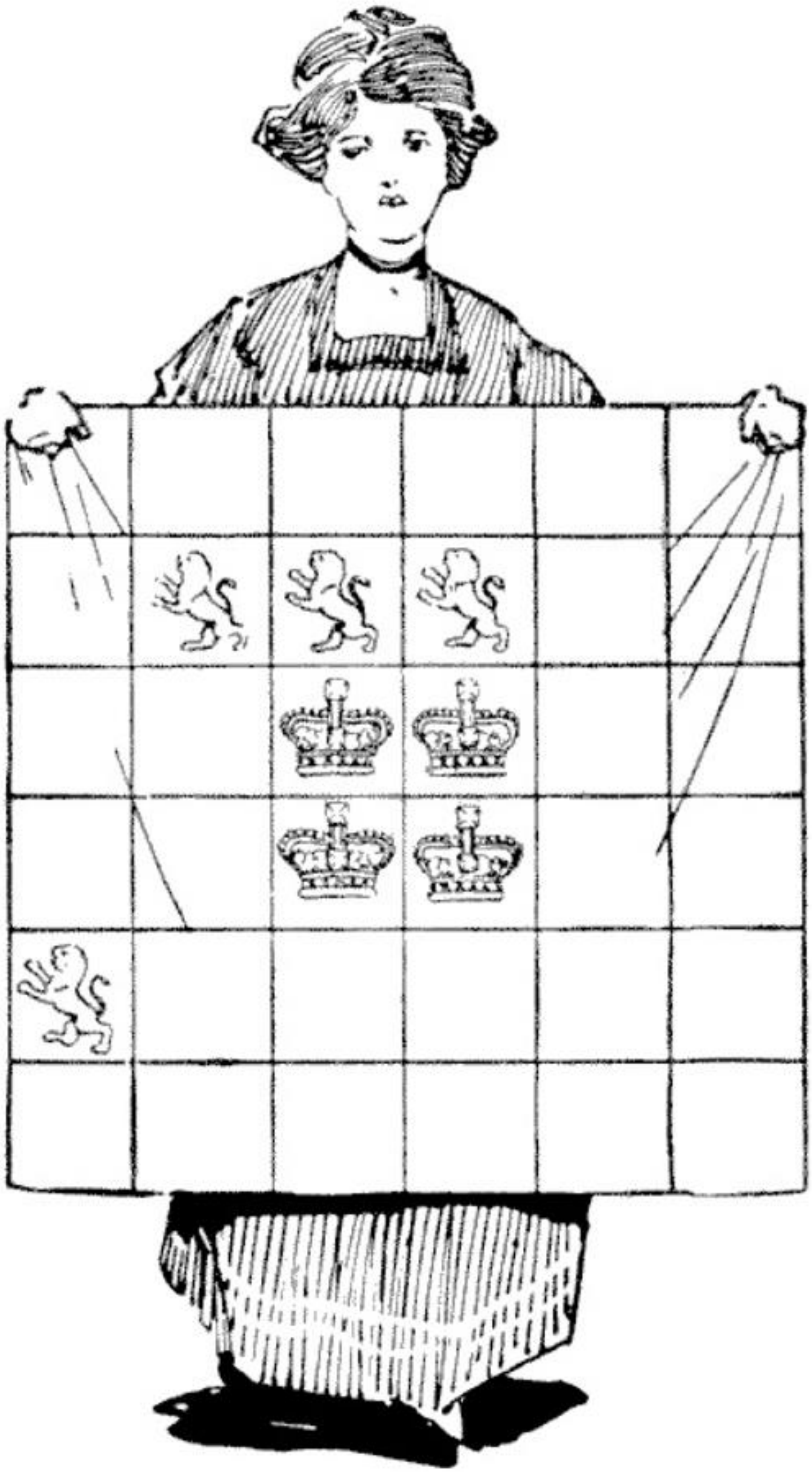
pătrate negre că nu sunt atacați de un nebun al adversarului care se găsește pe diagonalele albe. Cu toate acestea, caroiajul tablei nu este esențial pentru jocul de șah. De asemenea, în cazul problemelor pe tabla de șah, este adesea bine de reținut faptul că un interes suplimentar poate rezulta din "generalizarea" tablelor care conțin orice număr de pătrate sau din limitarea noastră la un aranjament particular, nu neapărat un pătrat.

Divizări ale unei table cu caroiaj

În câte moduri diferite, o tablă de șah poate fi împărțită în două părți de aceeași mărime și formă prin tăieturi de-a lungul liniilor care împart pătratele? Problema s-a dovedit a fi atât fascinantă, cât și dificilă. Problema e valabilă pentru o tablă de șah de 2x2 pătrate, 4x4 pătrate, ... etc., fără a număra inversările și reflecțiile.

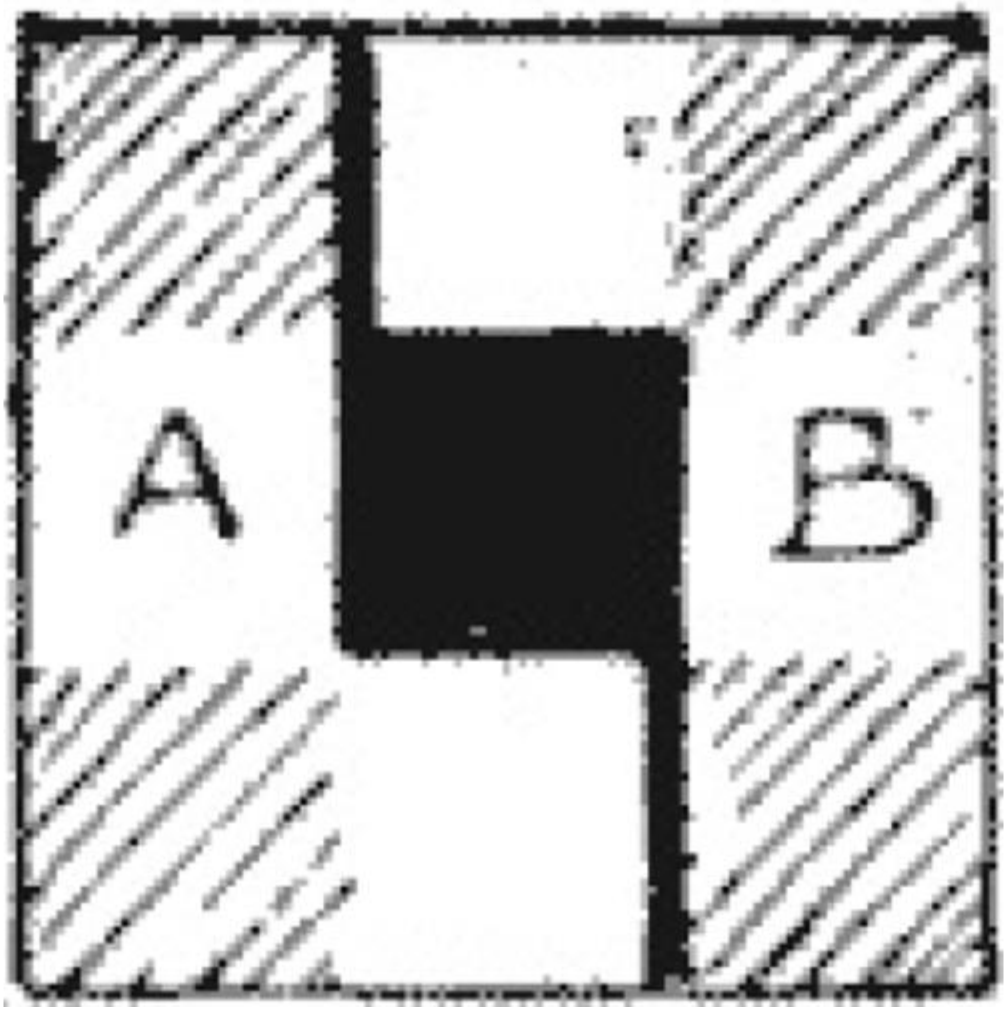
Soluția prezentată este pentru o tablă de șah de 4x4=16 pătrate.

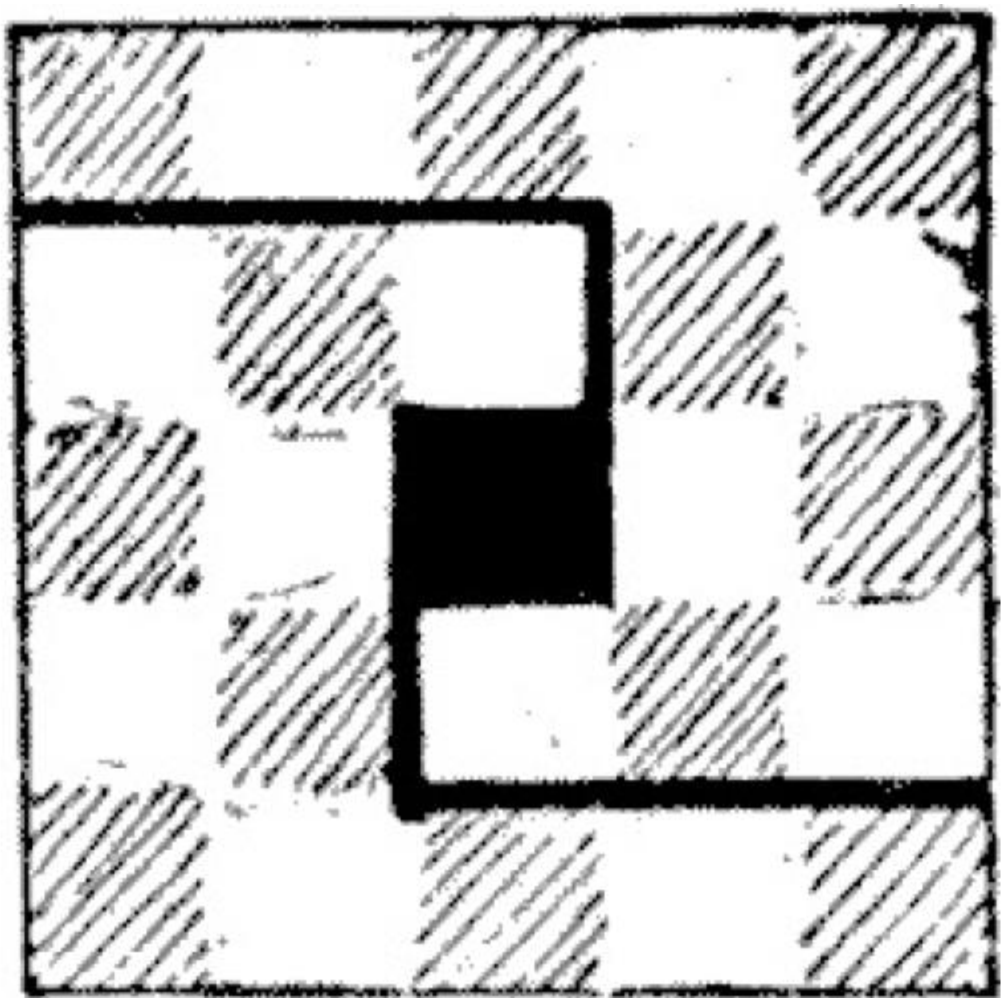
Leii și coroanele



Tânăra din imagine se confruntă cu o mică dificultate de tăiere în care cititorul ar putea fi bucuros să o ajute. Ea dorește, dintr-un motiv pe care nu mi l-a comunicat, să taie acea bucată pătrată de material valoros în patru părți, toate cu aceeași dimensiune și formă, dar este important ca fiecare piesă să conțină doar câte un leu și o coroană . Ea cum insistă asupra faptului că tăieturile nu pot fi făcute decât pe liniile care despart pătratele, și este destul de nedumerită că nu știe cum să procedeze. Îi poți arăta calea? Există o singură metodă posibilă de tăiere a pânzei.

Tabla de șah cu un număr impar de pătrate

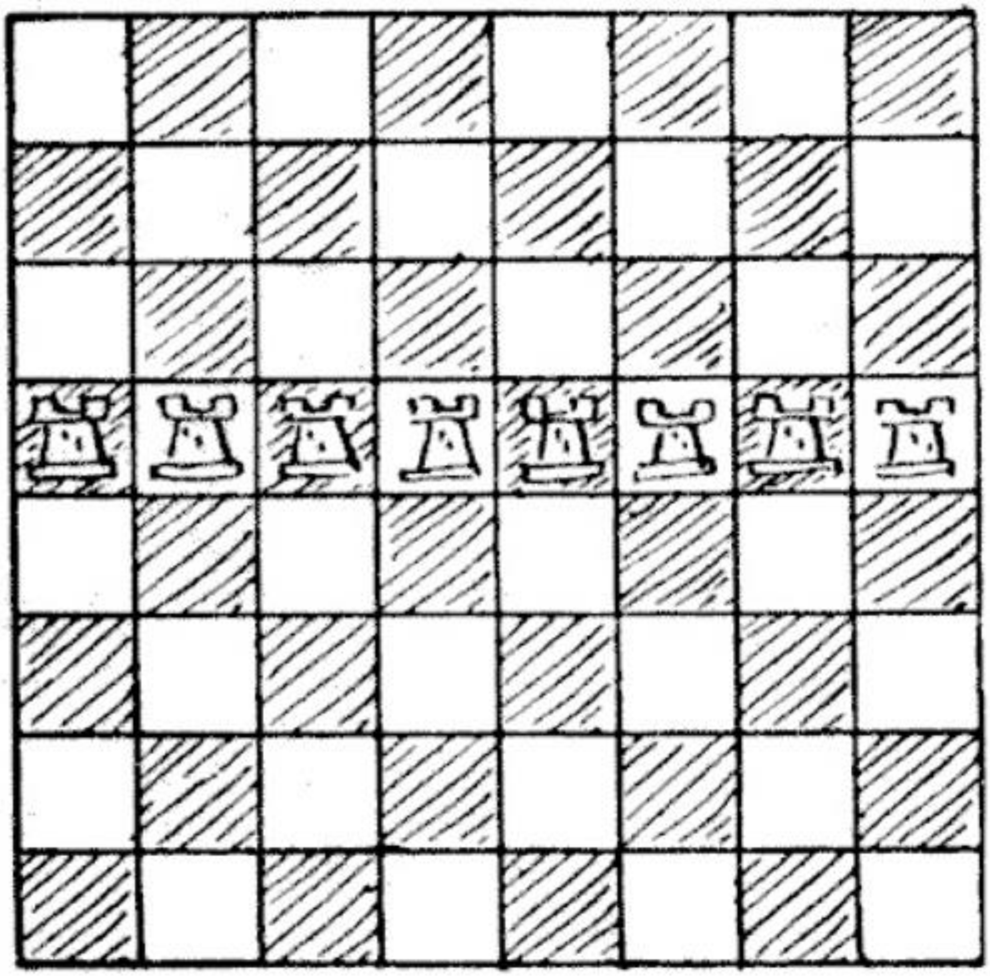

A
B

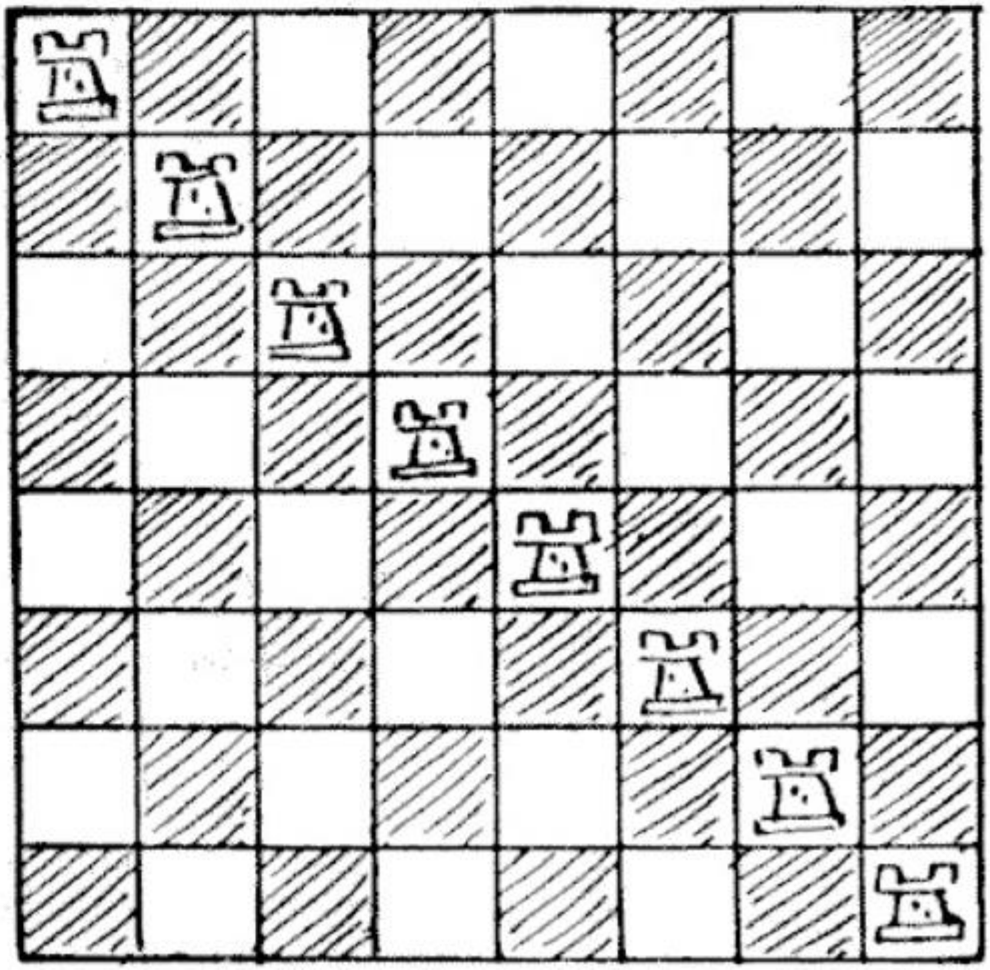


Vom analiza aici problema tablelor care conțin un număr impar de pătrate. Vom presupune că pătratul central este mai întâi exclus, pentru a obține un număr par de pătrate pentru divizare. Acum, este evident că un pătrat de trei pe trei poate fi împărțit doar într-un fel, așa cum se arată în figura de sus. Se poate vedea că piesele A și B au aceeași dimensiune și formă și că orice alt mod de tăierea ar produce doar aceleași piese ca formă, deci nu uitați că aceste variații nu sunt considerate ca moduri diferite. Puzzle-ul pe care-l propun este să tăiați tabla de cinci pe cinci (figura de jos) în două bucăți de aceeași mărime și formă în cât mai multe moduri posibile. Am arătat în ilustrație o modalitate de a o face. Câte moduri diferite există cu totul? O tăiere care, atunci când este realizată, piesele sunt identice cu cele ale unei alte tăieri, nu este considerată a avea o formă diferită....

Probleme statice de șah

Cele opt ture





În prima figură se vede că fiecare pătrat de pe tablă este fie ocupat, fie atacat de o tură, și că fiecare tură este "păzită" (dacă ar fi fost dispuse alternativ alb-negru, spunem că este "atacată") de o altă tură. Plasarea celor opt ture pe fiecare line sau pe fiecare coloană va avea în mod evident același efect. În figura a doua, fiecare pătrat este din nou fie ocupat, fie atacat, dar în acest caz, fiecare tură este nepăzită. În câte moduri diferite puteți plasa cele opt ture pe tabla de șah, astfel încât fiecare pătrat să fie ocupat sau atacat și nicio tură să nu fie păzită de alta? Nu excludem inversările și reflecțiile aici, astfel încât plasarea turelor pe cealaltă diagonală se va considera ca fiind diferită, și în mod similar și pentru alte repetări obținute prin rotirea taberei.

...

Tabla de șah păzită

Pe o tablă de șah obișnuită, 8 pe 8 pătrate, fiecare pătrat poate fi păzit, adică ocupat sau atacat de 5 regine, cel mai mic număr posibil. Există exact 91 de aranjamente fundamentale diferite în care nicio regină nu atacă o altă regină. Dacă fiecare regină trebuie să atace (sau să fie protejată de) o altă regină, există cel puțin 41 de aranjamente și am găsit 150 de moduri în care unele dintre regine sunt atacate și altele nu, însă ultimul caz este foarte dificil de evaluat exact.

Pe o tablă obișnuită de șah, fiecare pătrat poate fi păzit de 8 ture (cel mai mic număr posibil) în 40.320 de modalități, dacă nicio tură nu poate ataca o altă tură, dar nu se știe câte dintre ele sunt fundamental diferite.

Pe o tablă obișnuită de șah fiecare pătrat poate fi păzit de 8 nebuni (cel mai mic număr posibil), dacă nici un nebun nu poate ataca un alt nebun. Sunt necesari zece nebuni pentru ca fiecare nebun să fie protejat.

Pe o tablă obișnuită de șah, fiecare pătrat poate fi păzit de 12 cai, dacă toți, cu excepția a 4, nu sunt protejați. Dar dacă fiecare cal trebuie să fie protejat, sunt necesari 14 cai.

În cazul general al unei table de *n x n* (n^2) pătrate, unde *n* este mai mic de 8, obținem următoarele rezultate:

- 1 damă păzește tabla de 2^2 în 1 mod fundamental (protejat).
- 1 damă păzește tabla de 3^2 în 1 mod fundamental (neprotejat).
- 2 dame păzesc tabla de 4^2 în 3 moduri fundamentale (protejate).
- 3 dame păzesc tabla de 4^2 în 2 moduri fundamentale (neprotejate).
- 3 dame păzesc tabla de 5^2 în 37 de moduri fundamentale (protejate).
- 3 dame păzesc tabla de 5^2 în 2 moduri fundamentale (neprotejate).
- 3 dame păzesc tabla de 6^2 în 1 mod fundamental (protejat).
- 4 dame păzesc tabla de 6^2 în 17 moduri fundamentale (neprotejate).
- 4 dame păzesc tabla de 7^2 în 5 moduri fundamentale (protejate).
- 4 dame păzesc tabla de 7^2 în 1 mod fundamental (neprotejate).

Aranjamente pe tabla de șah fără atac

Știm că n regine pot fi întotdeauna plasate pe o tablă pătrată de n^2 pătrate (dacă n este mai mare de 3) fără ca vreo regină să atace altă regină. Dar nu a fost încă descoperită nicio formulă generală care să evalueze numărul de moduri diferite în care ar putea fi făcută; probabil este nedescoperit. Rezultatele cunoscute sunt după cum urmează:

- Unde n = 4 există o soluție fundamentală și 2 în total.
- Unde n = 5 există 2 soluții fundamentale și 10 în total.
- Unde n = 6 există o soluție fundamentală și 4 în total.
- Unde n = 7 există 6 soluții fundamentale și 40 în total.
- Unde n = 8 există 12 soluții fundamentale și 92 în total.
- Unde n = 9 există 46 de soluții fundamentale.
- Unde n = 10 există 92 de soluții fundamentale.
- Unde n = 11 există 341 de soluții fundamentale.

Evident, n ture pot fi plasate fără atac pe o tablă n^2 în n! moduri, dar câte dintre acestea sunt fundamental diferite am aflat numai în cele patru cazuri în care n este egal cu 2, 3, 4 și 5. Răspunsurile sunt, respectiv, 1, 2, 7 și 23.

Putem plasa 2n-2 nebuni pe o tablă n^2 în 2^n moduri. Pentru tablele care conțin 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 pătrate, pe o parte există, respectiv, 1, 2, 3, 6, 10, 20, 36 aranjamente fundamentale diferite. Unde n este impar, există $2^{½(n-1)}$ astfel de aranjamente, fiecare dând 4 prin inversări și reflexii și $2^{n-3}-2^{½(n-3)}$ care dau 8. Unde n este par există $2^{½(n-2)}$, fiecare dând 4 prin inversări și reflexii, și $2^{n-3}-2^{½(n-4)}$, fiecare datând 8.

Putem plasa ½ (n^2+1) cai pe o tablă n^2 fără atac, când n este impar, în un mod fundamental; și ½n^2 cai pe o tablă n^2, când n este par, într-un mod fundamental. În primul caz plasăm toți caii în aceeași culoare ca și pătratul central; în cel de-al doilea caz îi punem pe toți pe pătrate negre sau pe albe.

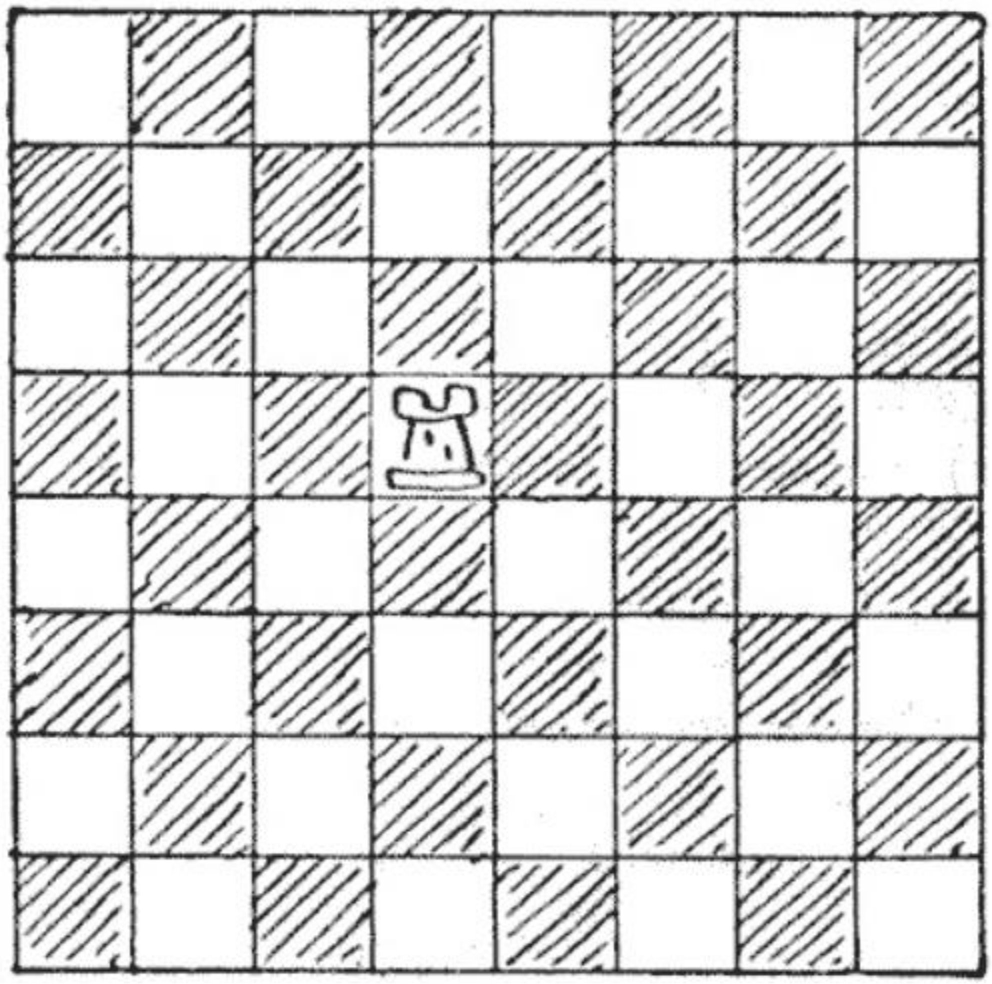
Problema celor două piese

Pe o tablă de n^2 pătrate pot fi plasate întotdeauna două regine, două ture, doi nebuni sau doi cai, indiferent dacă să fie atacate sau nu, în $1/2(n^4 - n^2)$ moduri. Următoarea formulă va arăta în câte dintre aceste moduri cele două piese pot fi plasate cu atac și fără:

	Cu atac	Fără atac
2 dame	$\frac{5n^3 - 6n^2 + n}{3}$	$\frac{3n^4 - 10n^3 + 9n^2 - 2n}{6}$
2 ture	$n^3 - n^2$	$\frac{n^4 - 2n^3 + n^2}{2}$
2 nebuni	$\frac{4n^3 - 6n^2 + 2n}{6}$	$\frac{3n^4 - 4n^3 + 3n^2 - 2n}{6}$
2 cai	$4n^2 - 12n + 8$	$\frac{n^4 - 9n^2 + 24n}{2}$

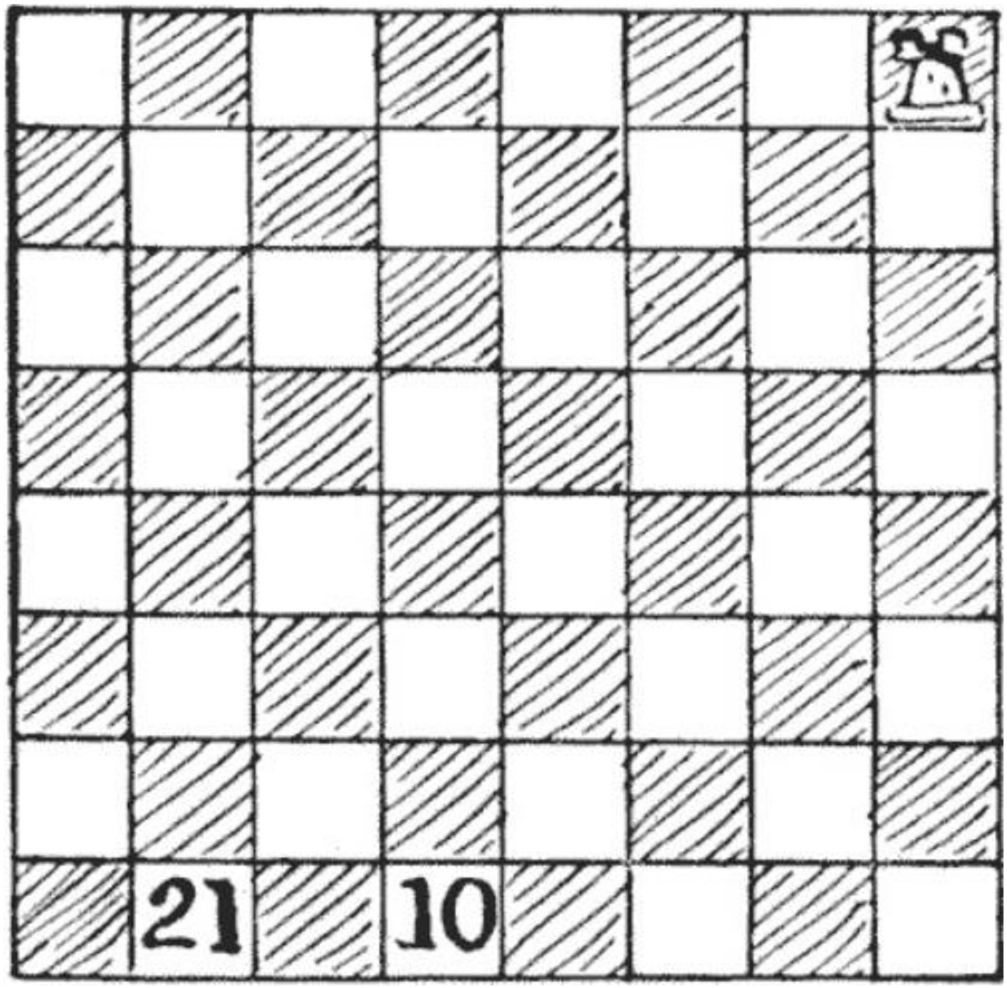
Probleme de șah dinamice

Turul turei



Problema este de a muta o singură tură peste toată tabla de șah, astfel încât să se viziteze fiecare pătrat al tablei o singură dată, și să încheie turul pe pătratul de unde a început. Trebuie să faceți acest lucru în cât mai puține mutări posibile. Un pătrat este considerat ca fiind "vizitat", fie că treceți doar prin el, fie că vă opriți pe el. Pătratul inițial va fi astfel singurul vizitat de două ori. (Indicație: numărul minim de mutări cunoscut până în prezent este 16.)

”Tura” turei



Acest puzzle implică revenirea la punctul de pornire. Nu ne-ar conveni o excursie care s-ar termina lăsându-ne, de exemplu, în mijlocul Saharei. Tura din problema noastră face douăzeci și una de mișcări, pe parcursul cărora vizitează fiecare pătrat al tablei de șah o singură dată, oprindu-se la pătratul marcat cu 10 la cea de a zecea mutare, și se termină la pătratul marcat cu 21. Nu pot fi făcute două mișcările consecutive în aceeași direcție - adică trebuie să faceți o cotitură după fiecare mișcare.

...

Diferite probleme de șah

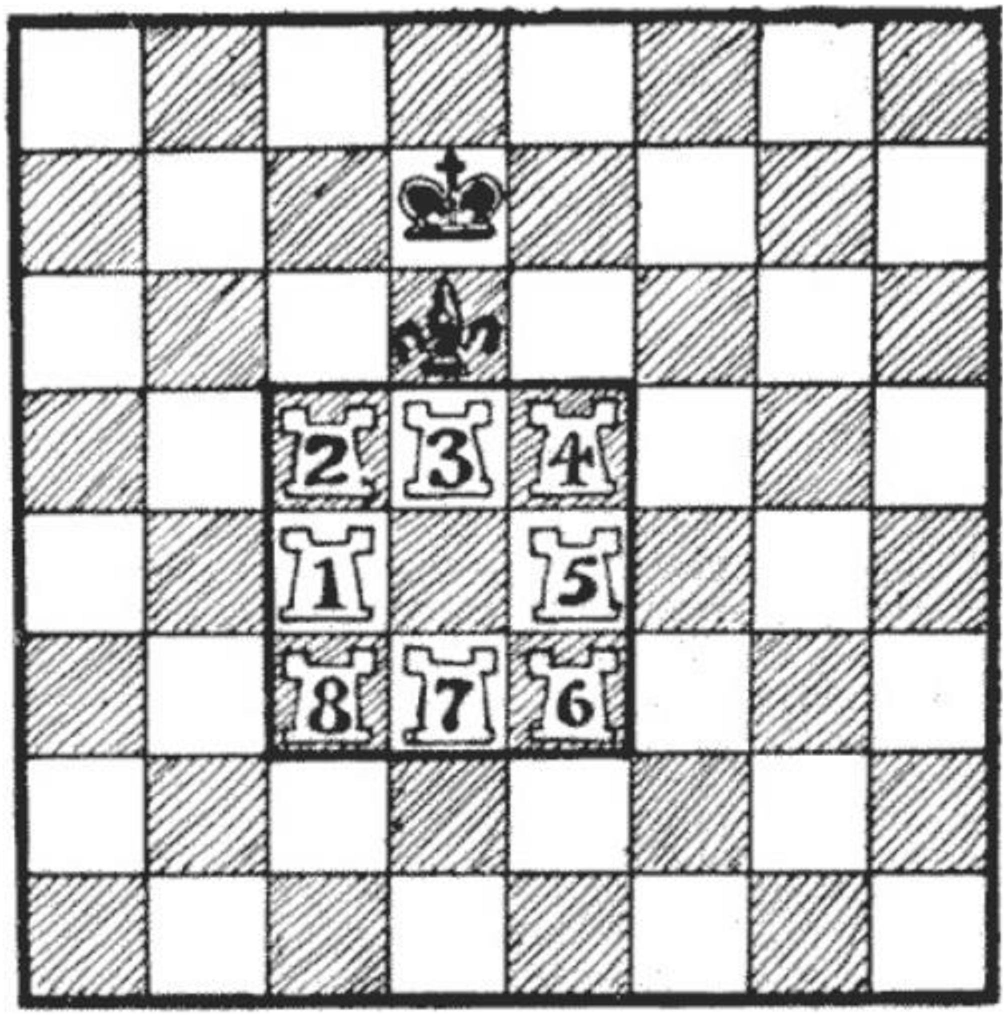
Aranjarea tablei de șah

Am o singură tablă de șah și un singur set de piese de șah. În câte moduri pot fi aranjate corect piesele pentru începutul jocului? Am descoperit că majoritatea oamenilor se împiedică la un anumit moment în efectuarea calculului.

Numărarea dreptunghiurilor

Puteți spune exact cât de multe pătrate și dreptunghiuri conține tabla de șah? Cu alte cuvinte, în cât de multe moduri diferite este posibil să se indice un pătrat sau un dreptunghi formate din linii care separă pătratele tablei de șah?

Turele



Turele albe nu se pot mișca în afara micului pătrat în care sunt închise, cu excepția mutării finale, când ajung la șah-mat. Problema este modul în care trebuie să se dea șah-mat negrului în cele mai puține mutări posibile cu tuta nr. 8, celelalte ture trebuind să rămână în ordine numerică în jurul pătratului în care se găsesc, cu pauză între 1 și 7.

...

Probleme de măsurare, cântărire și ambalare

Se pare că primul puzzle tipărit care implica măsurarea unei cantități date de lichid prin turnarea dintr-un vas în altul cu o capacitate cunoscută a fost propusă de Niccola Fontana, mai bine

cunoscută sub numele de "Tartaglia" (bâlbâitul), 1500-1559. Se compune din împărțirea a 24 litri din balsam în trei părți egale, singurele măsuri disponibile fiind vase de 5, 11 și, respectiv, 13 litri. Există multe soluții diferite pentru acest puzzle în șase manipulări sau turnări de la un vas la altul. Bachet de Méziriac a reprodus acest lucru și alte puzzle-uri ale lui Tartaglia în cartea sa *Problèmes plaisans et délectables* (1612). Opinia generală este că puzzle-urile din această clasă pot fi rezolvate doar prin încercări, dar cred că poate fi construită o formulă pentru rezolvarea în general a anumitor cazuri conexe. Este un domeniu practic neexplorat pentru investigație.

Problema clasică de cântărire este, desigur, cea propusă de Bachet. Aceasta implică determinarea celui mai mic număr de manipulări care ar servi la cântărirea oricărui număr întreg de kilograme de la 1 kg la 40 kg. Inclusiv atunci când ni se permite să punem o greutate în oricare dintre cele două tăvi ale cântarului. Răspunsul este de 1, 3, 9 și 27 kg. Tartaglia propusese anterior același puzzle cu condiția ca greutățile să poată fi plasate într-o singură tavă. Răspunsul în acest caz este de 1, 2, 4, 8, 16, 32 kg. Major MacMahon a rezolvat problema în general. O descriere completă poate fi găsită în cartea lui Ball *Mathematical Recreations* (ediția a 5-a).

Puzzle-urile de ambalare, în care suntem obligați să împachetăm un număr maxim de articole cu dimensiuni date într-o cutie cu dimensiuni cunoscute, sunt, cred, destul de recente. Cel puțin nu-mi pot aminti nici un exemplu din cărțile vechilor scriitori. Ne putem aștepta mai degrabă să găsim în magazinele de jucării ideea prezentată ca un puzzle mecanic, dar nu cred că am văzut vreodată așa ceva. Cea mai apropiată abordare a acesteia ar părea a fi puzzle-urile cu ferăstrăul mecanic, unde există doar o dimensiune a pieselor care poate fi ajustată.

Vasul cu vin

Într-un Ajun de Crăciun, trei bărbați au intrat în posesia a ceea ce a fost pentru ei un veritabil vas cu vin, sub forma unui mic butoi, care conținea exact șase litri de cel mai bun vin. Unul dintre bărbați avea o cană de cinci jumătăți de litru, iar altul o cană cu trei jumătăți de litru, iar problema lor era să împartă lichidul în mod egal între ei fără a pierde nimic. Desigur, nu pot să folosească alte vase sau măsuri. Dacă puteți arăta cum ar fi trebuit să procedeze, încercați să găsiți calea care necesită cele mai puține manipulări posibile, fiecare turnare separată de la o cană la alta, sau băutul vinului din o cană, numărându-se ca o manipulare.

Problema doctorului

"Un mic lucru curios mi s-a întâmplat la spital în această dimineață", a spus un doctor. "Aveam un vas care conținea zece litri de vin și un alt vas care conținea zece litri de apă. Am turnat în apă un sfert de litru de vin și am amestecat. Am turnat înapoi apoi un sfert de litru de amestec, astfel încât cele două vase să aibă din nou aceeași cantitate de lichid. Ce proporție de vin în apă conțin ambele vase?”

Problema butoiului



Bărbații din imagine își dispută conținutul lichid al unui butoi. Ce este lichidul acesta special este imposibil de spus, pentru că nu putem privi în butoi; așa că îl vom numi apă. Unul dintre ei spune că butoiul este mai mult de jumătate plin, în timp ce celălalt insistă că butoiul este mai puțin de jumătate plin. Care este cea mai ușoară cale de a rezolva problema? Nu poți folosiț niciun fel de metru, sau alt instrument pentru măsurare. Rezolvarea acestei probleme este unul dintre cele mai simple exemple posibile de punere în valoare a perspicacității obișnuite în rezolvarea puzzle-urilor. Problemele aparent foarte dificile pot fi deseori rezolvate într-o manieră similară, fiind suficient să utilizăm bunul simț.

...

Probleme de traversarea râului

Aceasta este o altă clasă medievală de puzzle-uri. Probabil cel mai timpuriu exemplu este cel al lui Abbot Alcuin, care s-a născut în Yorkshire în 735 și a murit la Tours în 804. Toată lumea știe povestea bărbatului cu lupul, capra și varza, a cărei barcă ar putea traversa doar cu una din cele trei la un moment dat și pe omul însuși. Dificultățile sale survin din faptul că nu se poate lăsa singur lupul cu capra sau capra cu varza. Aceste puzzle-uri au fost reconsiderate de Tartaglia și Bachet și ulterior au fost investigate de Lucas, De Fonteney, Delannoy, Tarry și alții.

Traversarea râului

În timpul unei excursii, domnul și doamna Softleigh s-au trezit într-o mică dilemă. Trebuiau să traverseze un curs de apă într-o barcă mică, capabilă să transporte doar o greutate de 70 kg. Dar domnul Softleigh și soția lui cântăreau fiecare exact 70 kg, și fiecare dintre cei doi fii ai lor cântăreau 35 de kilograme. Și mai era și câinele, care nu a putut fi convins sub niciun chip să înoate. Pe principiul "doamnelor în primul rând", au trimis mai întâi pe doamna Softleigh; dar aceasta a fost o alegere greșită, pentru că a trebuit să se întoarcă din nou cu barca, astfel încât nu s-a rezolvat nimic prin această operațiune. Cum au reușit să treacă toți peste râu?

Comoara din insula dunăreană



Cu mulți ani în urmă, existau niște legende din bătrâni că dacii au ascuns parte din comorile lor pe o anumită insulă pe Dunăre, pentr a nu fi confiscate de romani. Cu câțiva ani în urmă, trei

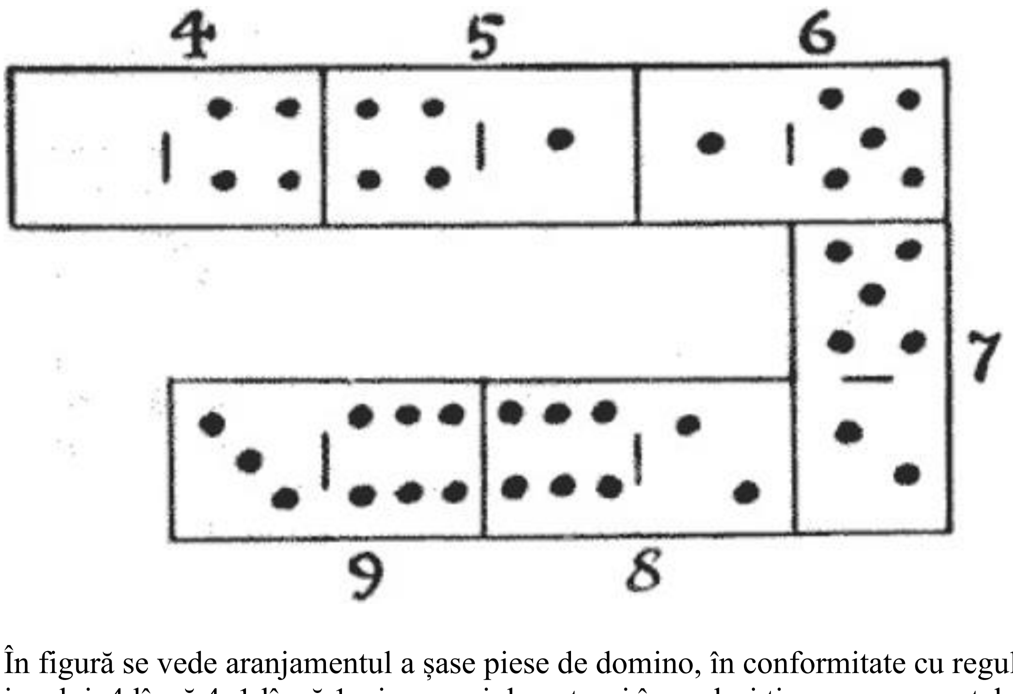
români au luat o barcă și un detector de metale și au început să caute comoara pe insula din apropierea lor, pe baza informațiilor de la bunicii lor, care le știau de la străbunicii lor. După câteva ore, au dat de un seif cu monede vechi și bijuterii de aur îngropat adânc în solul insulei. Au împărțit comoara între ei, George luând 80 kg din comoară într-un sac, Jean 50 kg, și Tudor 30 kg. La întoarcere trebuiau să traverseze Dunărea cu barca cu care veniseră. Dar, în această situație, a apărut o dificultate la care nu se așteptaseră. Barca putea transporta simultan doar doi bărbați sau un bărbat și un sac, și nu aveau deloc încredere între ei, astfel încât nicio persoană nu putea fi lăsată pe pământ sau în barcă cu mai mult de partea care îi revenise, deși două persoane (pentru că se putea verifica reciproc) puteau să aibă cu ei la un moment dat mai mult decât le revenise la amândoi din comoară. Cum au reuși să traverseze totuși Dunărea din cât mai puține treceri posibile, luând comoara cu ei. Nu pot fi utilizate alte soluții în genul frânghiilor, a "podurile zburătoare", curenții apei, înotul sau alte asemenea soluții.

...

Probleme cu jocuri

Fiecare joc poate fi baza pentru o mare varietate de probleme. Ele pot fi dezvoltate pornind de la tabla de șah și mișcările specifice ale pieselor de șah. Dar există și probleme cu cărți de joc și domino, sau probleme care au la bază cricket, sau jocul de fotbal, cursele de cai și cursele de mașini.

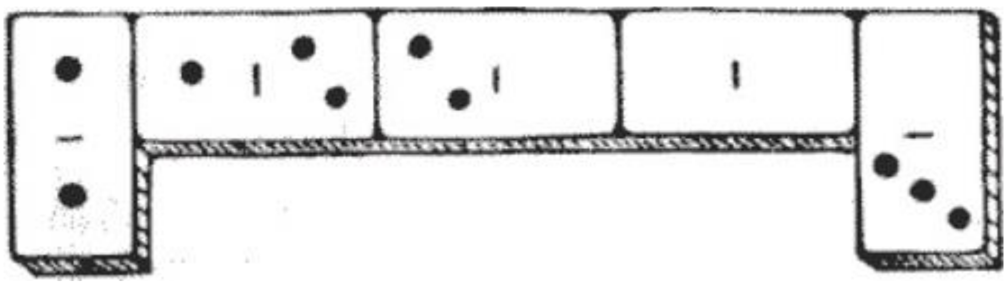
Piese de domino în progresie



În figură se vede aranjamentul a șase piese de domino, în conformitate cu regulile obișnuite ale jocului, 4 lîngă 4, 1 lîngă 1, și așa mai departe, și în același timp suma punctelor pe fiecare piesă de domino succesivă este 4 , 5, 6, 7, 8, 9, în progresie aritmetică; respectiv, numerele considerate în ordine au o diferență comună de 1. În câte moduri diferite putem juca șase piese de domino,

dintr-o cutie obișnuită de douăzeci și opt, astfel încât numerele de pe ele să se situeze în progresie aritmetică? Trebuie să jucăm întotdeauna de la stânga la dreapta, iar numerele în progresie aritmetică în scădere (precum 9, 8, 7, 6, 5, 4) nu sunt admise.

Cinci piese de domino



Iată un nou puzzle mic care nu este dificil, dar va fi probabil considerat distractiv de cititori. Se va vedea că cele cinci domino-uri sunt astfel aranjate în ordinea corectă (adică cu 1 față de 1, 2 față de 2 și așa mai departe), că numărul total de puncte pe cele două piese de domino de la capete este cinci, iar suma punctelor pe cele trei piese domino din mijloc este, de asemenea, cinci. Există doar trei alte aranjamente care dau cinci prin adunare. Acestea sunt:

(1-0) (0-0) (0-2) (2-1) (1-3)

(4-0) (0-0) (0-2) (2-1) (1-0)

(2-0) (0-0) (0-1) (1-3) (3-0)

Întrebarea este, câte aranjamente similare sunt de cinci piese de domino care vor da un total de șase în loc de cinci la cele două sume?

...

Jocuri puzzle

Se poate spune, în general, că un joc este un concurs de îndemânare pentru două sau mai multe persoane, în care intrăm fie pentru distracție, fie pentru a câștiga un premiu. Un puzzle este ceva ce trebuie făcut sau rezolvat de către un singur individ. De exemplu, dacă ar fi fost posibil pentru noi să stăpânim complexitatea jocului de șah, astfel încât să ne poată asigura mereu câștigul la prima sau a doua mutare, după caz, sau pat, atunci ar înceta să mai fie un joc și ar deveni un puzzle. Desigur, printre tineri și neinformați, atunci când jocul corect câștigător nu este înțeles, un puzzle poate deveni un foarte bun joc. Astfel, nu există nici o îndoială că copiii vor continua să joace !Zerouri și cruci” (”X și O”, ”tic-tac-toe”), deși, între doi jucători care înțeleg bine jocul, fiecare joc ar trebui să fie remiză. Niciun jucător nu ar putea câștiga decât prin gafa adversarului său.

Exemplele din această clasă sunt aparent jocuri, dar, deoarece se arată în fiecare cum un jucător poate câștiga dacă joacă în mod corect, acestea sunt în realitate puzzle-uri. Interesul lor, prin urmare, constă în încercarea de a descoperi metoda corectă de joc.

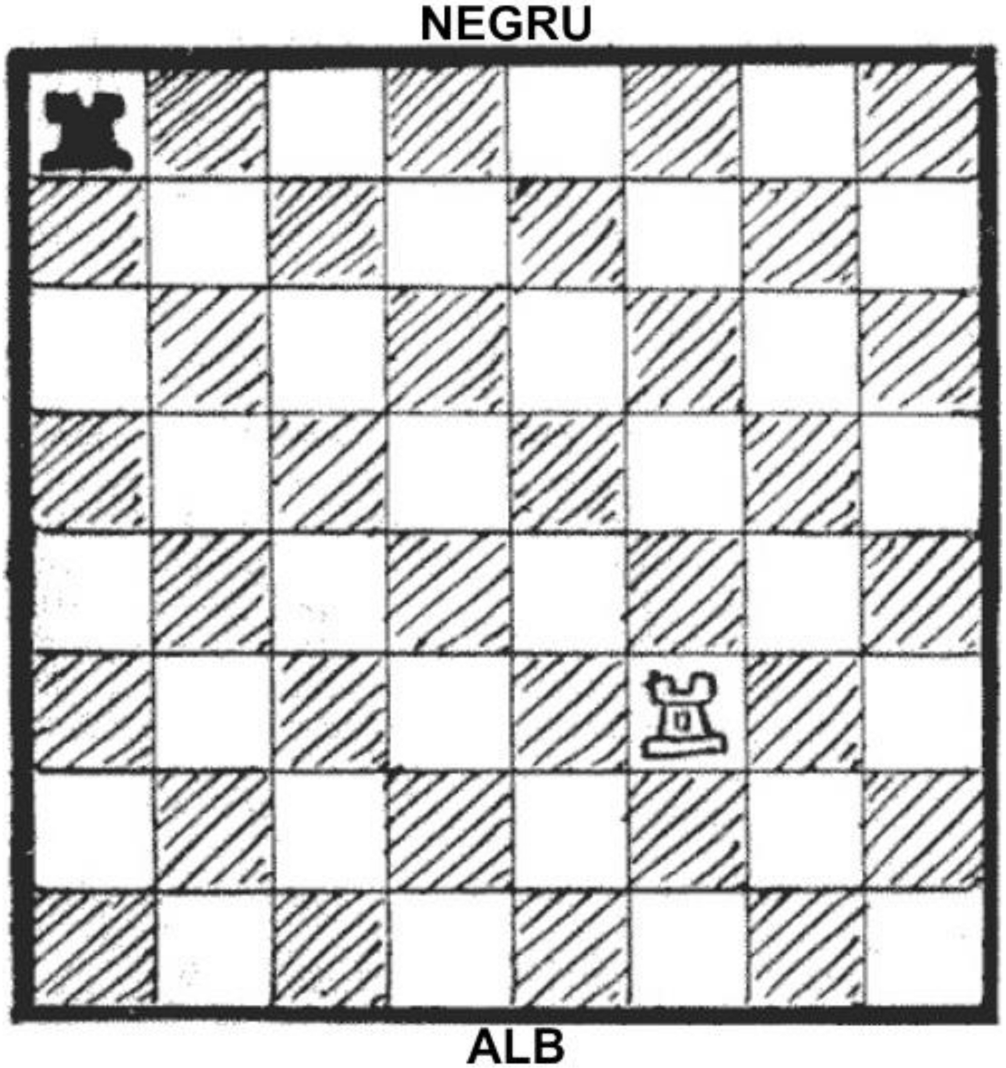
Jocul cu pietre

Iată un joc de puzzle interesant pe care l-am jucat cu o cunoștință pe plajă la Slocomb-on-Sea. Doi jucători plasează un număr impar de piete, să spunem cincisprezece, între ei. Apoi fiecare ia câte una, două sau trei pietre (în funcție de cum dorește fiecare), iar câștigătorul este cel care adună în final un număr impar de pietre. Astfel, dacă termini cu șapte pietre și adversarul cu opt, vei câștiga. Dacă ai șase și adversarul nouă, câștigă el.

Teoretic cine ar trebui să câștige, primul sau al doilea jucător, și cum?

Când ați rezolvat problema cu cincisprezece pietre încercați din nou cu, să zicem, treisprezece.

Cele două ture

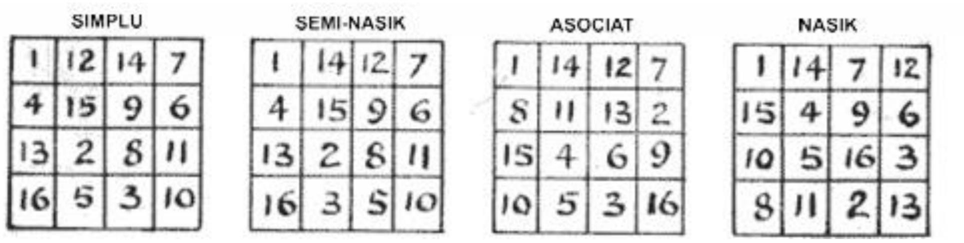


Acesta este un joc de puzzle pentru doi jucători. Fiecare jucător are o singură tură. Primul jucător își plasează tura pe orice pătrat al tabloului pe care îl poate alege și apoi al doilea jucător face același lucru cu tura lui. Mută apoi fiecare pe rând, încercând să captureze tura adversarului. Dar în acest joc, când muți nu poți să treci prin linia sau coloana controlată de cealaltă tură fără a fi capturat. Acestea fiind spuse, dacă în diagrama ca exemplu este rândul negrului să joace, nu poate să mute tura în linia 8 pe pătratul calului regelui său (coloana 7), sau al turei regelui său (coloana 8), pentru că va traversa "linia de foc" atunci când va trece prin pătratul nebunului regelui său (coloana 6). Din același motiv, el nu poate muta pe coloana 1 pe pătratul corespunzător liniilor 1 sau 2. Jocul nu se poate termina niciodată la egalitate. Mai devreme sau mai târziu, unul dintre ture va fi capturată, cu excepția cazului în care, desigur, ambii jucători comit absurditatea de a nu încerca să câștige. Trucul câștigării este ridicol de simplu atunci când îl știi. Poți afla algoritmul prin care câștigi întotdeauna?

...

Probleme cu pătrate magice

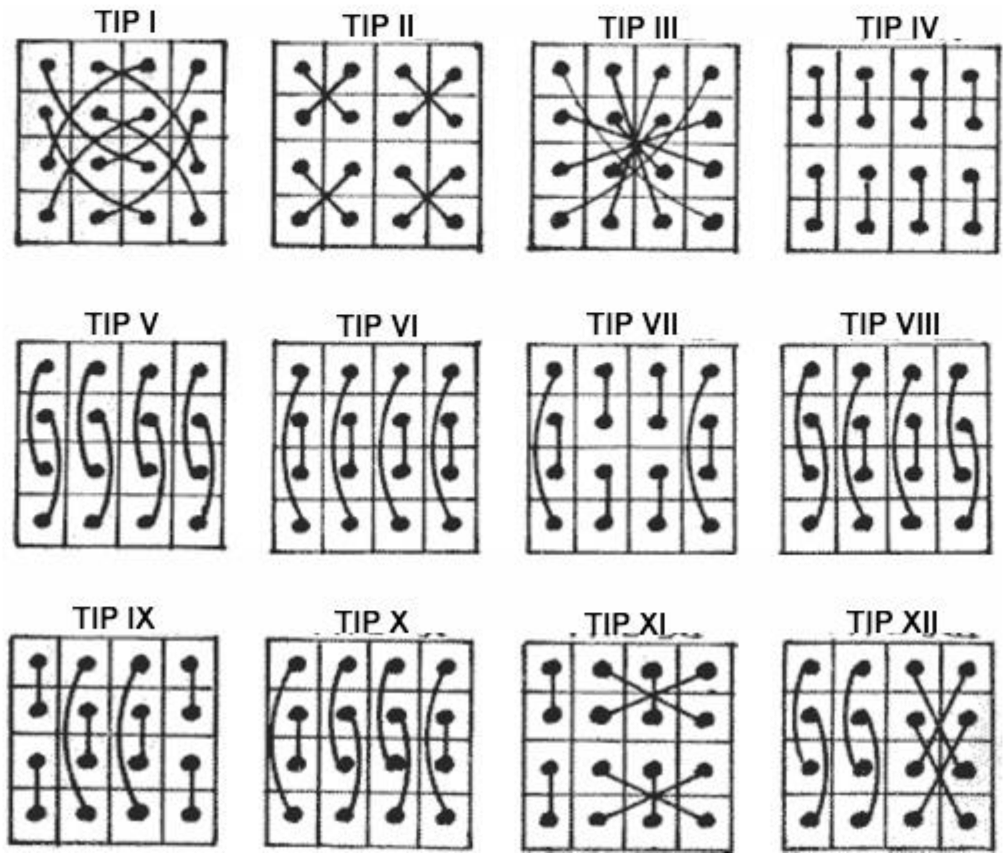
Aceasta este o ramură foarte veche a problemelor matematice, și include o literatură proprie imensă, deși împrăștiată. În forma lor simplă de numere întregi consecutive aranjate într-un pătrat, astfel încât fiecare coloană, fiecare rând și fiecare din cele două diagonale lungi se vor aduna la fel, aceste pătrate magice oferă trei linii principale de investigație: Construcție, Enumerare și Clasificare. În ultimii ani s-au conceput multe metode ingenioase pentru *construirea* pătratelor magice, iar legea formării lor este atât de bine înțeleasă încât tot misterul antic s-a evaporat și nu mai există nicio dificultate în a dezvolta niște pătrate de orice dimensiune. Aproape că ultimul cuvânt a fost spus despre acest subiect. Problema *enumerării* tuturor posibilelor pătrate pentru o ordine dată se află exact acolo unde era acum două sute de ani. Toată lumea știe că există o singură soluție pentru probleme de ordinul trei, trei celule câte trei; și Frénicle a publicat în 1693 diagrame ale tuturor aranjamentelor de ordinul al patrulea - în număr de 880 - iar rezultatele sale au fost verificate iar și iar.Soluția generală pentru acest ordin, pentru numere care nu sunt neapărat consecutive, a fost dată de către E. Bergholt în *Nature,* 26 mai 1910, și este de cea mai mare importanță pentru elevii pentru acest subiect. Enumerarea exemplelor oricărei ordini superioare este o problemă complet nesoluționată.



În ceea ce privește *clasificarea,* este în mare parte o chestiune de gust individual - poate o întrebare estetică, pentru că există frumusețe în legea și ordinea numerelor. Un om a spus odată că a împărțit rasa umană în două mari clase: cei care prizează tutun și cei care nu o fac. Nu sunt sigur că unele dintre clasificările noastre de pătrate magice nu sunt aproape la fel de lipsite de valoare. Cu toate acestea, iubitorii acestor lucruri par să se pună oarecum de acord că pătratele magice Nasik (numite astfel de Frost, care le-a studiat, după orașul din India unde a trăit, numite și diabolice și pandiagonale), și pătratele magice asociate sunt de un deosebit interes.

Există posibilitatea, pentru cine dorește, să scrie toate cele 880 de pătrate magice ale ordinul patru. Primul exemplu este acela al unui pătrat simplu care îndeplinește condițiile simple și nu mai mult. Cel de-al doilea exemplu este Semi-Nasik, care are proprietatea suplimentară că diagonalele scurte opuse a două celule fiecare împreună însumează la 34. Astfel, 14 + 4 + 11 + 5 = 34 și 12 + 6 + 13 + 3 = 34. Cel de-al treilea exemplu este nu numai Semi-Nasik, ci și asociat, deoarece în el fiecare număr, dacă este adăugat la numărul echidistant, în linie dreaptă, din centru, dă 17. Astfel, 1 + 16, 2 + 15, 3 + 14, etc. Cel de-al patrulea exemplu, considerat cel mai "perfect" dintre toate, este un Nasik. Aici, toate diagonalele parțiale dau 34. Astfel, de exemplu, 15 + 14 + 2 + 3 și 10 + 4 + 7 + 13 și 15 + 5 + 2 + 12. Ca o consecință, proprietățile sale sunt astfel încât dacă repetați pătratul în toate direcțiile pe care le puteți marca pe un pătrat, 4 × 4, oriunde doriți, va rezulta un pătrat magic.

Tabelul următor nu numai că oferă o enumerare completă sub cele patru forme descrise, dar și o clasificare sub cele douăsprezece tipuri grafice indicate în diagrame. Punctele de la sfârșitul fiecărei linii reprezintă pozițiile relative ale acelor perechi complementare, 1 + 16, 2 + 15 etc., care însumate dau 17. De exemplu, se va vedea că primul și cel de-al doilea patrat magic sunt date de Tipul VI, că al treilea pătrat este de tip III, și că al patrulea este de tip I. Edouard Lucas a indicat aceste tipuri, dar el a renunțat la exact jumătate din ele și nu a încercat clasificarea.



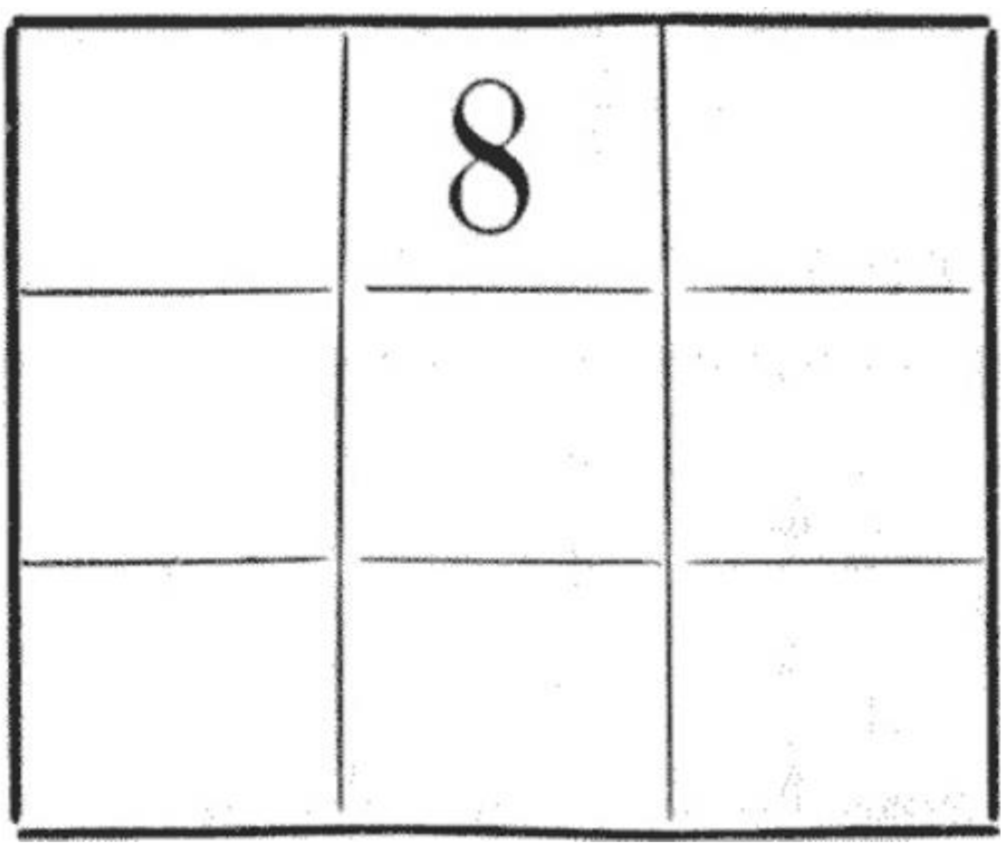
NASIK	(Tip I.)			48
SEMI-NASIK	(Tip II., Transpoziții ale lui Nasik)		48	
"	(Tip III., Asociate)		48	
"	(Tip IV.)	96		
"	(Tip V.)	96	192	
"	(Tip VI.)		96	384
SIMPLU.	(Tip VI.)		208	
"	(Tip VII.)	56		
"	(Tip VIII.)	56		
"	(Tip IX.)	56		
"	(Tip X.)	56	224	

"	(Tip XI.)	8		
"	(Tip XII.)	8	16	448
				880

Este greu de spus că fiecare dintre aceste pătrate va produce șapte altele prin simple inversări și reflecții, pe care nu le considerăm diferite. Deci, există 7,040 de pătrate din această ordine, dintre care 880 sunt fundamental diferite.

O varietate de puzzle-uri infinite pot fi construite introducând noi condiții în pătratul magic.

Opt-ul buclucaș



Aproape toata lumea știe că un "pătrat magic" este un aranjament de numere sub forma unui pătrat, astfel încât pe fiecare rând, fiecare coloană și fiecare din cele două diagonale lungi să se obțină aceeași sumă. De exemplu, veți găsi că este ușor să plasați câte un număr diferit în fiecare dintre cele nouă celule din ilustrație, astfel încât rândurile, coloanele și diagonalele să dea aceeași sumă de maximum 15. Problema este de a construi pătratul magic, în aceleași condiții, cu cifra 8 aflată deja în poziția prezentată în imagine.

...

Adunarea, scăderea, multiplicarea și divizarea pătratelor magice

Deși pătratul magic a apărut în antichitate, destul de curios, magia înmulțirii nu pare să fi fost menționată până la sfârșitul secolului al optsprezecelea, când s-a făcut referire la ea de un scriitor, și apoi a fost uitată până când a fost reînviată în *Tit-Bits* în 1897. Magia divizării a apărut aparent prima dată în *The Weekly Dispatch* din iunie 1898. Magia scăderii este introdusă aici pentru prima dată.

<table>
<tr><th colspan="3">ADUNARE</th><th></th><th colspan="3">SCĂDERE</th><th></th><th colspan="3">ÎNMULȚIRE</th><th></th><th colspan="3">ÎMPĂRȚIRE</th></tr>
<tr><td>8</td><td>1</td><td>6</td><td></td><td>2</td><td>1</td><td>4</td><td></td><td>12</td><td>1</td><td>18</td><td></td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>5</td><td>7</td><td></td><td>3</td><td>5</td><td>7</td><td></td><td>9</td><td>6</td><td>4</td><td></td><td>9</td><td>6</td><td>4</td></tr>
<tr><td>4</td><td>9</td><td>2</td><td></td><td>6</td><td>9</td><td>8</td><td></td><td>2</td><td>35</td><td>3</td><td></td><td>18</td><td>36</td><td>12</td></tr>
</table>

În aceste patru diagrame avem exemple de pătrate 3x3 pentru adunare, scădere, înmulțire și împărțire. În primul, constanta, 15, este obținută prin adunarea rândurilor, coloanelor și a două diagonale. În cel de-al doilea caz, se obține constanta, 5, scăzând primul număr într-o linie din doilea și rezultatul din al treilea. Desigur, puteți efectua operațiunea în ambele direcții; dar, pentru a evita numerele negative, este mai convenabil pur și simplu să scădem numărul de mijloc din suma celor două numere extreme. Acesta este, de fapt, același lucru. Se va observa că constanta pătratelor de adunare este de *n* ori mai mare decât cea a pătratelor de scădere, unde *n* este numărul de celulepe o latură a pătratului. Și pătratul de scădere aici se obține pur și simplu prin iversarea celor două diagonale. Ambele pătrate sunt "asociate".

Al treilea pătrat este de înmulțire. Constanta, 216, se obține prin înmulțirea celor trei numere în orice linie. Este "asociat" prin multiplicare, în loc de adunare. Aici este necesar să remarcăm că într-un pătrat de adunare nu este esențial ca cele nouă numere să fie consecutive. Notați oricare nouă numere în acest fel -

1	3	5
4	6	8
7	9	11

astfel încât diferențele orizontale să fie identice, iar diferențele verticale să fie la fel (aici 2 și 3), iar aceste numere vor forma un pătrat magic. Făcând diferențele 1 și 3, desigur, obținem numere consecutive - un caz special, și nimic mai mult. Acum, în cazul pătratului multiplicatoare, trebuie să luăm aceste cifre în progresie geometrică în loc de aritmetică -

1	3	9

2 6 18

4 12 36

Aici, fiecare număr succesiv din rânduri este înmulțit cu 3, iar în coloane cu 2. Dacă am multiplica cu 2 și 8 ar trebui să obținem progresia geometrică obișnuită, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, și 256, dar dorim să evităm un număr mare. Numerele sunt aranjate în pătrat în aceeași ordine ca și în pătratul de adunare.

Cea de-a patra diagramă este un pătrat magic de divizare. Constanta 6 este obținută aici prin împărțirea celui de-al doilea număr într-o linie de către primul (în oricare direcție) și al treilea număr de către coeficient. Dar, din nou, procesul este simplificat prin împărțirea produsului celor două numere extreme cu numărul de mijloc. Acest pătrat este, de asemenea, "asociat" prin multiplicare. Este derivat din pătratul multiplicator prin simpla inversare a diagonalelor, iar constanta pătratului multiplicator este cubul celui al pătratului de divizare derivat din acesta.

Următorul set de diagrame prezintă soluțiile pentru pătrate cu cinci celule, 5x5. Toate sunt "asociate" în același mod ca înainte. Pătratul de scădere este derivat din pătratul de adunare prin inversarea diagonalelor și schimbarea numerelor opuse în centrele marginilor, iar constanta unuia este din nou de *n* ori cea a celuilalt. Pătratul de divizare este derivat din pătratul multiplicator în același mod, iar constanta acestuia din urmă este a 5-a putere (adică *n*) a celei dintâi.

ADUNARE

17	**24**	**1**	**8**	**15**
23	**5**	**7**	**14**	**16**
4	**6**	**13**	**20**	**22**
10	**12**	**19**	**21**	**3**
11	**18**	**25**	**2**	**9**

SCĂDERE

9	**24**	**25**	**8**	**11**
23	**21**	**7**	**12**	**16**
22	**6**	**13**	**20**	**4**
10	**14**	**19**	**5**	**3**
15	**18**	**1**	**2**	**17**

ÎNMULȚIRE

54	**648**	**1**	**12**	**144**
324	**16**	**6**	**72**	**27**
8	**3**	**36**	**432**	**162**
9	**108**	**1296**	**2**	**24**

ÎMPĂRȚIRE

24	**648**	**1296**	**12**	**9**
324	**81**	**6**	**18**	**27**
162	**3**	**36**	**432**	**8**
144	**108**	**1**	**2**	**54**

Aceste pătrate sunt astfel destul de ușoare pentru ordine impare. Dar cititorul va găsi probabil oarecare dificultăți în ceea ce privește ordinele pare.

Două noi pătrate magice

Construiți un pătrat magic diferențial, în care primele șaisprezece numere întregi vor fi "asociate" prin scădere. Constanta este, desigur, obținută prin scăderea primului numar din al doilea în linie, rezultatul din al treilea, iar rezultatul din nou din al patrulea. De asemenea, construiți un pătrat magic de divizare de acelși ordin care va fi "asociat" prin împărțire. Constanta este obținută prin împărțirea celui de-al doilea număr dintr-o linie la primul, al treilea prin cât si al patrulea prin următorul cât.

...

Labirinturi

Cuvântul "labirint" este derivat dintr-un cuvânt grecesc care semnifică pasajele unei mine. Minele antice din Grecia și din alte părți au inspirat teamă și venerație din cauza întunericului lor și a pericolului de a se pierde în pasajele lor complicate. Legenda a fost apoi construită în jurul acestor labirinturi. Cel mai cunoscut este labirintul făcut de Dædalus în Creta pentru regele Minos. În centru a fost plasat Minotaurul, și nimeni din cei care au intrat nu au mai găsit drumul spre ieșire, devenind pradă monstruului. Șapte fecioare și șapte tineri erau trimiși în mod regulat de atenieni și devorați, până când Theseus a ucis monstrul și a scăpat din labirint prin ajutorul indiciului furnizat de Ariadne.

Diferitele forme de construcție a labirinturilor cuprind zone complicate de caverne, labirinturi arhitecturale sau clădiri sepulculare, dispozitive greoaie indicate de marmură colorată și pavaje de piatră, poteci înfășurate în gazon și labirinturi topice formate de garduri vii tăiate.

Labirinturile au fost folosite ca ornamente pentru hainele oficiale ale împăraților creștini înainte de secolul al IX-lea și au fost curând adoptate în decorarea catedralelor și a altor biserici. Ideea inițială era fără îndoială să se considere ca simboluri ale fațetelor complicate ale păcatului de care este înconjurat omul. Ele au început să abunde în prima parte a secolului al XII-lea. În figura 1 este o ilustrație a uneia dintre labirinturile din acea perioadă, din biserica parohială din St. Quentin. El este format ca un pavaj al naosului, diametrul acestuia fiind de 34,5 picioare. Calea aici este linia însăși. Dacă plasați creionul în punctul A și ignorați linia de închidere, linia vă va conduce spre centru printr-un traseu lung pe toată suprafața; dar nu aveți niciodată vreo opțiune în ceea ce privește direcția pe parcursul traseului. Ca și în alte cazuri similare, aceste labirinturi ecleziastice timpurii nu erau, în general, de natura unui puzzle, ci pur și simplu trasee lungi, sinuoase, care te duceau aproape pe toată suprafața labirintului.

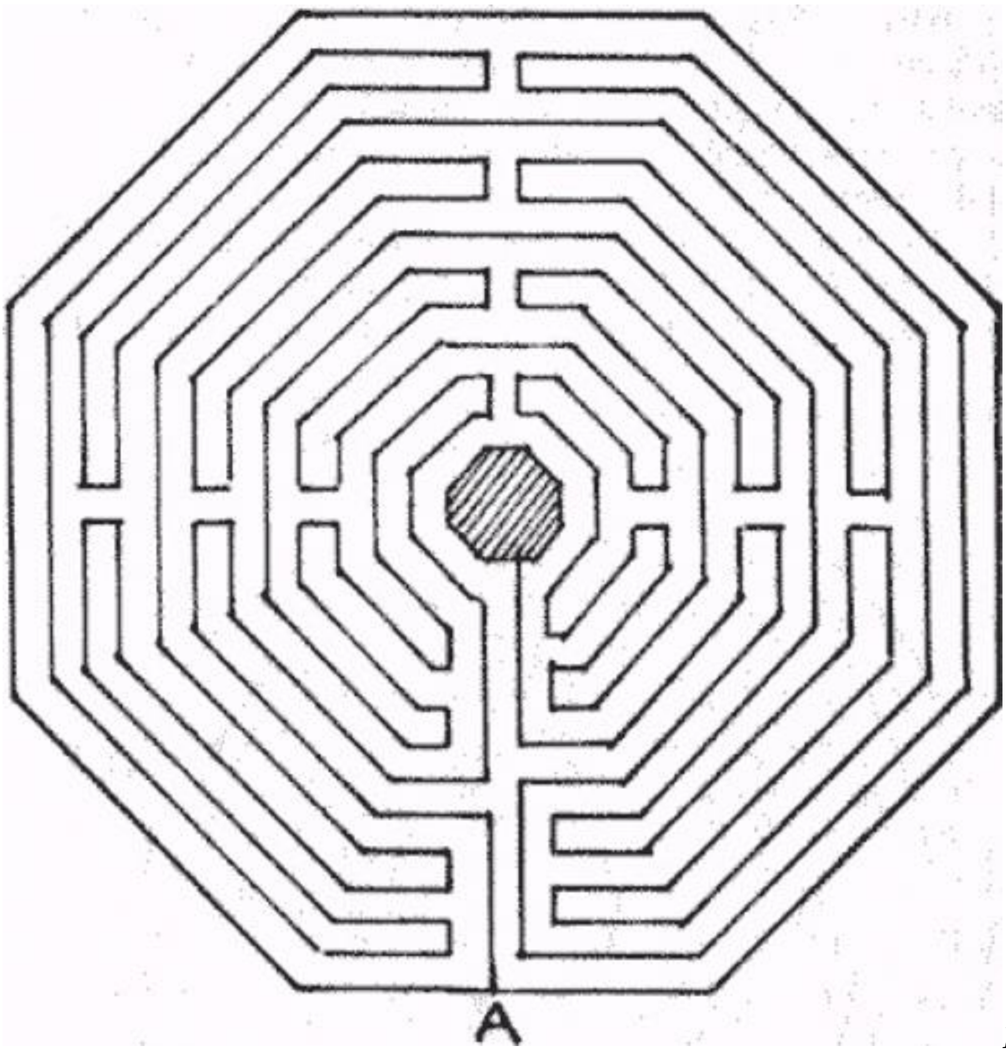


Fig. 1 - Labirint din St. Quentin

În biserica mănăstirii Sf. Berlin, la Sf. Omer, este încă una dintre aceste podele curioase, reprezentând Templul din Ierusalim, cu stații pentru pelerini. Aceste labirinturi au fost de fapt vizitate și traversate de ei ca un compromis pentru faptul că nu ajungeau în Țara Sfântă pentru îndeplinirea unui jurământ. Ele au fost de asemenea folosite ca mijloc de penitență, penitentul fiind îndreptat frecvent să meargă pe tot cursul labirintului în mâini și genunchi.

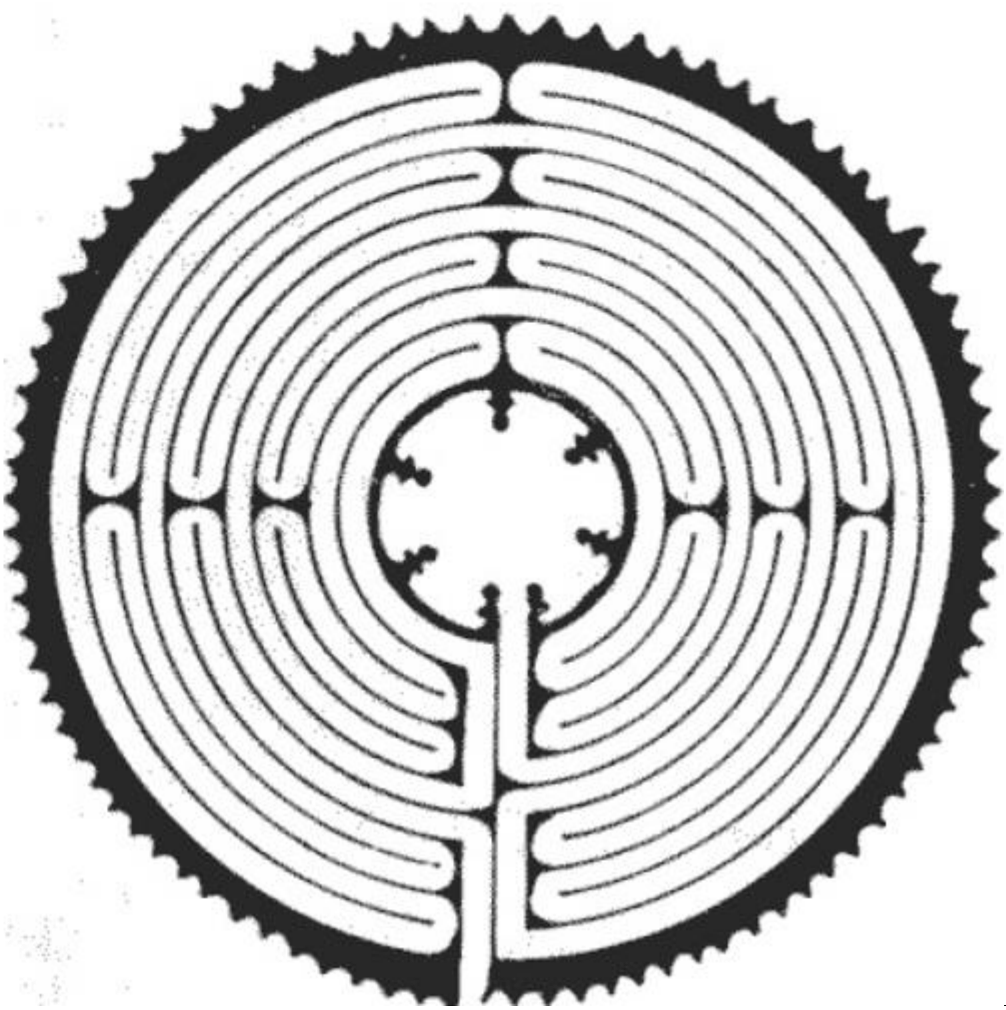


Fig. 2. Labirint în Catedrala Chartres

Labirintul din Catedrala Chartres, (Figura 2), are 40 de picioare și a fost folosit de penitenți ca urmare a procesiunii Calvarului. Un labirint în Catedrala din Amiens era octogonal, similar celui din St. Quentin, măsurând 42 de picioare. A avut data 1288, dar a fost distrus în 1708. În sala capitulară din Bayeux există un labirint format din dale, roșii, negre și encaustice, cu un model din maro și galben. Dr. Ducarel, în "*Tur prin regiunea Normandiei*" (tipărită în 1767), menționează podeaua marii camere de pază în mănăstirea Sf. Ștefan, la Caen, "în mijlocul căreia se află un labirint cam 10 picioare în diametru și așa de bine conceput că, dacă ar fi să presupunem că un om urma toate meandrele complicate ale volutelor sale, ar călători cel puțin o milă înainte de a ajunge de la un capăt la altul.

...

Paradoxuri

"Este o epocă minunată!" spuse domnul Allgood, și toți dei de la masă se întorseră spre el întrebători.

A fost o cină obișnuită de Crăciun a familiei Allgood, cu o grămadă de prieteni locali. Nimeni nu ar fi presupus că remarca de mai sus va duce, așa cum s-a întâmplat, la o succesiune de puzzle-uri și paradoxuri curioase, la care fiecare membru al reuniunii a contribuit cu ceva interesant. Micul simpozion a fost nepremeditat, așa că nu trebuie să fim prea critici în privința câtorva dintre cei care urmau să ia cuvântul. Caracterul variat al contribuțiilor este exact ceea ce ne-am aștepta la o astfel de ocazie, pentru că era o adunare nu de matematicieni și logicieni de specialitate, ci de oameni destul de obișnuiți.

* * *

”Este o epocă minunată!” repetă domnul Allgood. ”Un om tocmai și-a proiectat o casă pătrată într-o manieră atît de isteață că toate ferestrele din cele patru laturi au o vedere spre sud”.

”Asta mi-ar place și mie”, spuse doamna Allgood, căci nu pot suporta o cameră cu vedere spre nord.

”Nu înțeleg cum a făcut”, mărturisi unchiul John. ”Presupun că a pus ferestrele de la baie în partea de est și de vest, dar cum se poate să privești spre sud la ferestrele din partea de nord? Folosește oglinzi sau ceva de genul ăsta?”

”Nu”, răspunse domnul Allgood, ”nimic de genul ăsta, toate ferestrele sunt la același nivel cu pereții, și totuși are o vedere spre sud de fiecare dintre ele. Nu există nicio dificultate reală în proiectarea casei dacă alegi locul potrivit pentru construcție. Practic, această casă este concepută pentru un domn care își propusese să o construiască exact la Polul Nord. Dacă vă gândiți o clipă vă veți da seama că atunci când stai la Polul Nord este imposibil, nu contează camera, să te uiți în altă parte decât spre sud! Nu există direcții precum nordul, estul sau vestul, când ești exact la Polul Nord.

”Mi-e teamă, mamă”, spuse fiul ei George, după ce râsetele s-au diminuat, ”că, oricât de mult îți place sudul, situația ar fi prea tare pentru tine.”

* * *

”Ei bine,” răspunse ea ”unchiul tău John a căzut și el în capcană, nu sunt bună la șmecherii și puzzle-uri, presupun că nu am creierul potrivit. Poate că unii îmi vor explica asta: nu mai demult de săptămâna trecută i-am spus coaforului meu că se spune că există mai multe persoane în lume decât firele de păr din cap ale oricărei persoane. Acesta a răspuns: 'Înseamnă, doamnă, că două persoane, cel puțin, trebuie să aibă exact același număr de fire de păr în cap.' Dacă așa este, mărturisesc că nu îmi pot da seama.”

”Dar dacă ține cont de persoanele cu chelie? întrebă unchiul John.

”Pe aceste persoane”, răspunse doamna Allgood, ”la care nu se vede părul nici cu lupa, nu le luăm în considerare. Totuși, nu văd cum poți dovedi că cel puțin două persoane au exact același număr de fire de păr.”

”Cred că pot clarifica eu asta”, spuse domnul Filkins, care coborâse pentru cina de seară. ”Să presupunem că populația lumii este doar un milion. E valabil pentru orice număr. Atunci afirmația ta a fost că nimeni nu are mai mult de 999.999 de fire de păr în cap, așa e?”

”Lasă-mă să mă gândesc”, spuse doamna Allgood. ”Da, da - este corect.”

”Foarte bine, atunci: Cum sunt doar 999.999 de numere diferite de păr în cap, este clar că a milioana persoană trebuie să repete una dintre aceste numere.”

”Da, înțeleg asta - cel puțin așa cred.”

”Prin urmare, cel puțin două persoane trebuie să aibă același număr de fire de păr în capul lor și întrucât numărul de oameni de pe Pământ depășește cu mult numărul de fire de păr din capul oricărei persoane, trebuie să existe, desigur, un număr imens de astfel de repetari.”

”Dar, d-le Filkins,” întrebă micul Willie Allgood, de ce nu ar putea a milioana persoană să aibă, să zicem, zece mii de fire de păr și jumătate?

”Aceasta este doar o despicare a firului de păr în două, Willie, și nu intră în discuție.”

* * *

"Iată un paradox curios", spuse George. "Dacă o mie de soldați ajung pe un câmp de bătălie pe o suprafață plană, un singur om va sta în picioare".

Nimeni nu își putu da seama de ce. Dar George explică imediat că, potrivit lui Euclid, o câmpie poate atinge o sferă doar într-un singur punct, iar acea persoană care stă în acel punct va sta în poziție verticală față de centrul pământului.

"În același fel", remarcă el, "dacă o masă de biliard ar fi perfect nivelatp - adică un plan perfect - bilele ar trebui să se rostogolească spre centru".

Deși încercă să explice acest lucru prin plasarea unei cărți de vizită pe o portocală și prin expunerea legii gravitației, doamna Allgood refuză să accepte ideea. Nu putea să înțeleagă cum e posibil ca partea de sus a unei mese adevărate de biliard trebuie, teoretic, să fie sferică, le fel ca o porțiune din coaja de portocală pe care George o tăiase. Bineînțeles, masa este atât de mică, proporțională cu suprafața pământului, încât curbura nu este obervabilă, dar este totuși adevărat în teorie. O suprafață pe care noi o numim plană nu este aceeași cu cea a planului nostru geometric adevărat.

...

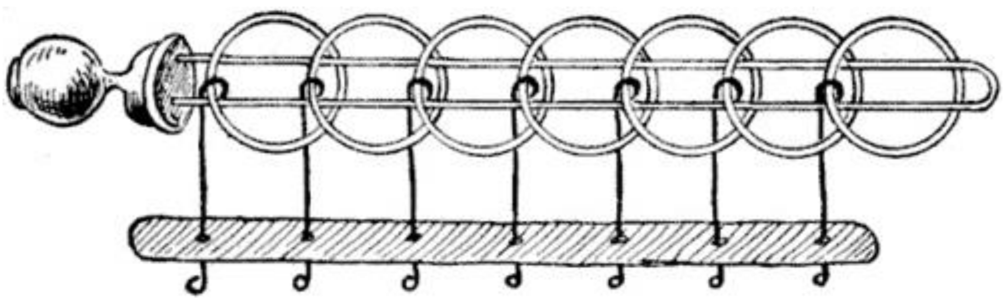
Probleme neclasificate

Cine a fost primul?

Anderson, Biggs și Carpenter locuiau împreună aproape de litoral. Într-o zi au ieșit în larg într-o barcă și au fost la un kilometru în mare când cineva de pe țărm a tras cu o pușcă în direcția lor. De ce sau cine a tras cu pușca, din fericire nu ne interesează, deoarece nu au putut fi obținute aceste informații, dar din aceste fapte se poate construi un puzzle curios pentru începători.

Se pare că Anderson a auzit doar zgomotul făcut de pușcă, Biggs a văzut doar fumul, iar Carpenter a văzut doar glonțul lovind apa lângă ei. Acum, se pune întrebarea: care dintre ei și-a dat seama primul că s-a tras cu pușca?

Inelele chinezești



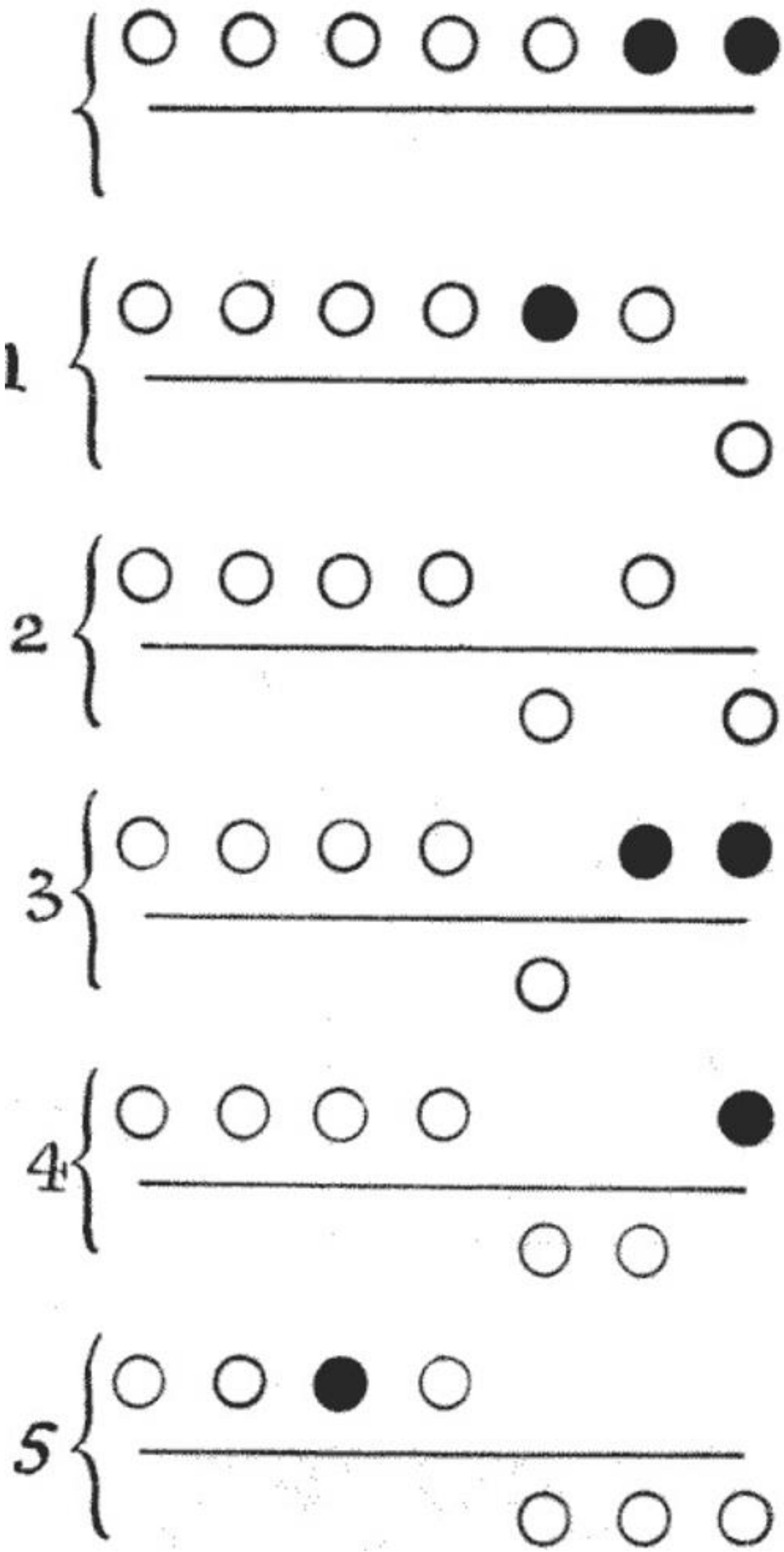
Ilustrația reprezintă una dintre cele mai vechi dintre toate puzzle-urile mecanice. Originea sa este necunoscută. Cardan, matematicianul, a scris despre el în 1550, iar Wallis în 1693; se spune că se mai găsesc încă în satele obișnuite din Anglia (uneori depozitate în locuri ciudate, cum ar fi o clopotniță de biserică), făcute din fier și denumite "*tiring irons*", și sunt folosite și în prezent de norvegienii ca o încuietoare pentru cutii și pungi. În magazinele de jucării se găsesc uneori sub numele de "*inele chinezești*", deși nu pare să existe niciun motiv pentru această denumire; cel mai adesea se găsesc sub numele ambiguu de "*inele puzzle*". Francezii le numesc "*baguenaudier*".

Ansamblul constă dintr-o *buclă* simplă de sârmă fixată într-un mâner care va fi ținut în mâna stângă și un anumit număr de *inele* fixate fiecare de câte niște *fire* care trec prin găurile dintr-o *bară* și sunt ținute acolo de capetele lor îndoite. Firele sunt libere în bară, dar nu se pot scoate de ea, și nici nu pot fi îndepărtate din inele. Problema generală este de a detașa bucla de sârmă complet de toate inelele, apoi de a le pune pe toate din nou.

Acum, se poate observa dintr-o privire că primul inel (la dreapta) poate fi scos în orice moment prin alunecarea acestuia peste capăt și scoțându-l din buclă; și poate fi pus la loc prin inversarea operației. În afară de acesta, singurul inel care ar mai putea fi îndepărtat este al doilea inel care se găsește lângă primul din dreapta. Astfel, cu toate inelele pe buclă, cel de-al doilea poate fi scos imediat; cu primul inel jos, nu poți scoate pe cel de-al doilea, dar poți îndepărta pe al treilea; cu primele trei inele în jos, nu puteți îndepărta pe al patrulea, puteți îndepărta inelul 5; si asa mai departe. Se va constata că primul și cel de-al doilea inel pot fi scoase împreună sau puse împreună; dar pentru a preveni confuzia vom interzice în întregime această dublă mișcare excepțională și vom spune că numai un singur inel poate fi pus sau eliminat la un moment dat.

Prin urmare, putem scoate un inel dintr-o mişcare; două inele în 2 mişcări; trei inele în 5 mişcări; patru inele în 10 mişcări; cinci inele în 21 de mişcări, etc. Pentru a scoate toate cele șapte inele este nevoie de 85 de mişcări. Să ne uităm la cele cinci mişcări făcute în îndepărtarea primelor trei inele, cercurile de deasupra liniei sunt pentru inelele de pe buclă și cele de sub linie sunt inelele scoase de pe buclă.

Scoateți primul inel; scoateți al treilea; puneți pe primul; scoateți al doilea; și scoateți primul - 5 mutări, după cum se arată clar în diagrame. Cercurile ănnegrite arată în fiecare etapă, de la poziția de plecare la final, care inele este posibil să se scoată. După mutarea 2 se va observa că niciun inel nu poate fi scos până când unul nu este pus, deoarece primul și cel de-al doilea inel de la dreapta acum pe buclă nu sunt împreună. După a cincea mutare, dacă dorim să eliminăm toate cele șapte inele, trebuie să scoateți acum pe al cincelea. Dar înainte de a putea scoateți pe al patrulea este necesar să punem pe primele trei și să eliminăm primele două. Atunci vom avea 7, 6, 4, 3 pe buclă și, prin urmare, putem să scoateți pe 4. Când am pus 2 și 1 și am eliminat 3, 2, 1, putem scoate al șaptelea inel. Următoarea operațiune va fi să puneți 6, 5, 4, 3, 2, 1 pe buclă și să eliminați 4, 3, 2, 1, când 6 va ieși; apoi puneți 5, 4, 3, 2, 1 pe buclă și scoateți 3, 2, 1, când 5 va ieși; apoi puneți 4, 3, 2, 1 pe buclă și scoateți 2, 1, când 4 va ieși; apoi puneți 3, 2, 1 pe buclă și scoateți 1, când 3 va ieși; apoi puneți 2, 1 pe buclă, când 2 va ieși; și 1 va ieți la a 85-a mişcare, lăsând bucla liberă. Ar trebui acum să înțelegeți puzzle-ul, indiferent dacă îl aveți sau nu într-o formă practică.


1
2
3
4
5

Problema specială pe care o propun este pur și simplu aceasta. Să presupunem că sunt paisprezece inele pe buclă și continuăm să le scoatem pe toate în modul corect, pentru a nu pierde nicio mișcare. Care va fi poziția inelelor după ce mutarea a 9.999-a a fost făcută?

...

Cuprins

Volumul 1

Volumul 2

Cartea



O culegere de puzzle-uri, amuzamente, paradoxuri și teste de inteligență prezentate de un maestru al ingeniozității matematice.

Primele amuzamente matematice au apărut din momentul în care omul a reușit pentru prima dată să-și numere cele zece degete și să împartă un măr în două părți aproximativ egale. Orice puzzle demn de luat în considerare poate fi legat de matematică și logică. Oricine încearcă să „raționeze” răspunsul la cel mai simplu puzzle apelează, deși nu neapărat în mod conștient, la matematică. În ceea ce privește problema dificultății, unele dintre puzzle-uri, în special în categoria aritmetică și algebră, sunt destul de ușoare. Dar din când în când se va constata că există unele capcane mai mult sau mai puțin subtile în care cititorul poate să cadă. Este un exercițiu bun să cultivi obiceiul de a fi foarte prudent față de formularea exactă a unui puzzle. Ne învață exactitatea și prudența. Dar unele dintre probleme sunt într-adevăr foarte dificile. În multe cazuri, se dau doar răspunsurile simple dar, în special în cazurileinteresante, soluțiile sunt destul de ample, oferindu-se și generalizări.

Când cineva spune: „Nu am rezolvat niciodată un puzzle în viața mea”, este dificil să știi exact ce înseamnă, căci fiecare individ inteligent se lovește de astfel de probleme în viața de zi cu zi. Dacă nu ar exista puzzle-uri de rezolvat, nu ar exista întrebări; și dacă nu s-ar pune întrebări, ce lume am avea?!

Henry Ernest Dudeney (1857 - 1930) a fost un scriitor și matematician englez care s-a specializat în puzzle-uri logice și jocuri matematice. Este cunoscut ca unul dintre cei mai importanți creatori ai puzzle-urilor matematice.

MultiMedia Publishing https://www.setthings.com/ro/e-books/teste-de-inteligenta-probleme-de-logica-puzzle-si-amuzamente-matematice-volumul-2/
- Digital: EPUB (ISBN 978-606-033-374-6), Kindle (ISBN 978-606-033-373-9), PDF (ISBN 978-606-033-372-2)
- Tipărit, Format B5 Academic (257 x 182 mm) ISBN 978-606-033-371-5 (ISBN general: 978-606-033-366-1)

Teste de inteligență, probleme de logică, puzzle și amuzamente matematice - Volumul 1: https://www.setthings.com/ro/e-books/teste-de-inteligenta-probleme-de-logica-puzzle-si-amuzamente-matematice-volumul-1/

Smashwords (EPUB): https://www.smashwords.com/books/view/1024891
Google (EPUB, PDF): https://books.google.ro/books?id=s_bnDwAAQBAJ
eMag (Tiparit, PDF, EPUB, Kindle)

Facebook: https://www.facebook.com/TesteInteligentaProblemeLogicaPuzzleAmuzamente/

Despre translator

Nicolae Sfetcu

Asociat şi manager MultiMedia SRL şi Editura MultiMedia Publishing.

Partener cu MultiMedia în mai multe proiecte de cercetare-dezvoltare la nivel naţional şi european

Coordonator de proiect European Teleworking Development Romania (ETD)

Membru al Clubului Rotary București Atheneum

Cofondator şi fost preşedinte al Filialei Mehedinţi al Asociaţiei Române pentru Industrie Electronica şi Software Oltenia

Iniţiator, cofondator şi preşedinte al Asociaţiei Române pentru Telelucru şi Teleactivităţi

Membru al Internet Society

Cofondator şi fost preşedinte al Filialei Mehedinţi a Asociaţiei Generale a Inginerilor din România

Inginer fizician - Licenţiat în științe, Fizică, specialitatea Fizică nucleară. Master în Filosofie.

De același autor

Alte cărți scrise sau traduse de același autor:

- A treia lege a lui Darwin - O parodie reală a societăţii actuale (RO)
- Ghid Marketing pe Internet (RO)
- Bridge Bidding - Standard American Yellow Card (EN)
- Telelucru (Telework) (RO)
- Harta politică - Dicţionar explicativ (RO)
- Beginner's Guide for Cybercrime Investigators (EN)
- How to... Marketing for Small Business (EN)
- London: Business, Travel, Culture (EN)
- Fizica simplificată (RO)
- Ghid jocuri de noroc - Casino, Poker, Pariuri (RO)
- Ghid Rotary International - Cluburi Rotary (RO)
- Proiectarea, dezvoltarea şi întreţinerea siturilor web (RO)
- Facebook pentru afaceri şi utilizatori (RO)
- Întreţinerea şi repararea calculatoarelor (RO)
- Corupţie - Globalizare - Neocolonialism (RO)
- Traducere şi traducători (RO)
- Small Business Management for Online Business - Web Development, Internet Marketing, Social Networks (EN)
- Sănătate, frumuseţe, metode de slăbire (RO)
- Ghidul autorului de cărţi electronice (RO)
- Editing and Publishing e-Books (EN)
- Pseudoştiinţă? Dincolo de noi... (RO)
- European Union Flags - Children's Coloring Book (EN)

- Totul despre cafea - Cultivare, preparare, reţete, aspecte culturale (RO)
- Easter Celebration (EN)
- Steagurile Uniunii Europene - Carte de colorat pentru copii (RO)
- Paşti (Paşte) - Cea mai importantă sărbătoare creştină (RO)
- Moartea - Aspecte psihologice, ştiinţifice, religioase, culturale şi filozofice (RO)
- Promovarea afacerilor prin campanii de marketing online (RO)
- How to Translate - English Translation Guide in European Union (EN)
- ABC Petits Contes (Short Stories) (FR-EN), par Jules Lemaître
- Short WordPress Guide for Beginners (EN)
- ABC Short Stories - Children Book (EN), by Jules Lemaître
- Procesul (RO), de Franz Kafka
- Fables et légendes du Japon (Fables and Legends from Japan) (FR-EN), par Claudius Ferrand
- Ghid WordPress pentru începători (RO)
- Fables and Legends from Japan (EN), by Claudius Ferrand
- Ghid Facebook pentru utilizatori (RO)
- Arsène Lupin, gentleman-cambrioleur (Arsene Lupin, The Gentleman Burglar) (FR-EN), par Maurice Leblanc
- How to SELL (eCommerce) - Marketing and Internet Marketing Strategies (EN)
- Arsène Lupin, The Gentleman Burglar (EN), by Maurice Leblanc
- Bucharest Tourist Guide (Ghid turistic București) (EN-RO)
- Ghid turistic București (RO)
- Ghid WordPress pentru dezvoltatori (RO)
- French Riviera Tourist Guide (Guide touristique Côte d'Azur) (EN-FR)
- Guide touristique Côte d'Azur (FR)
- Ghid pagini Facebook - Campanii de promovare pe Facebook (RO)
- Management, analize, planuri și strategii de afaceri (RO)
- Guide marketing Internet pour les débutants (FR)
- Gambling games - Casino games (EN)
- Death - Cultural, philosophical and religious aspects (EN)
- Indian Fairy Tales (Contes de fées indiens) (EN-FR), by Joseph Jacobs
- Contes de fées indiens (FR), par Joseph Jacobs
- Istoria timpurie a cafelei (RO)
- Londres: Affaires, Voyager, Culture (London: Business, Travel, Culture) (FR-EN)
- Cunoaștere și Informații (RO)
- Poker Games Guide - Texas Hold 'em Poker (EN)
- Gaming Guide - Gambling in Europe (EN)
- Crăciunul - Obiceiuri și tradiții (RO)
- Christmas Holidays (EN)
- Introducere în Astrologie (RO)
- Psihologia mulțimilor (RO), de Gustave Le Bon
- Anthologie des meilleurs petits contes français (Anthology of the Best French Short Stories) (FR-EN)
- Anthology of the Best French Short Stories (EN)
- Povestea a trei generații de fermieri (RO)
- Web 2.0 / Social Media / Social Networks (EN)

- The Book of Nature Myths (Le livre des mythes de la nature) (EN-FR), by Florence Holbrook
- Le livre des mythes de la nature (FR), par Florence Holbrook
- Misterul Stelelor Aurii - O aventură în Uniunea Europeană (RO)
- Anthologie des meilleures petits contes françaises pour enfants (Anthology of the Best French Short Stories for Children) (FR-EN)
- Anthology of the Best French Short Stories for Children (EN)
- O nouă viață (RO)
- A New Life (EN)
- The Mystery of the Golden Stars - An adventure in the European Union (Misterul stelelor aurii - O aventură în Uniunea Europeană) (EN-RO)
- ABC Petits Contes (Scurte povestiri) (FR-RO), par Jules Lemaître
- The Mystery of the Golden Stars (Le mystère des étoiles d'or) - An adventure in the European Union (Une aventure dans l'Union européenne) (EN-FR)
- ABC Scurte povestiri - Carte pentru copii (RO), de Jules Lemaitre
- Le mystère des étoiles d'or - Une aventure dans l'Union européenne (FR)
- Poezii din Titan Parc (RO)
- Une nouvelle vie (FR)
- Povestiri albastre (RO)
- Candide - The best of all possible worlds (EN), by Voltaire
- Șah - Ghid pentru începători (RO)
- Le papier peint jaune (FR), par Charlotte Perkins Gilman
- Blue Stories (EN)
- Bridge - Sisteme și convenții de licitație (RO)
- Retold Fairy Tales (Poveşti repovestite) (EN-RO), by Hans Christian Andersen
- Poveşti repovestite (RO), de Hans Christian Andersen
- Legea gravitației universale a lui Newton (RO)
- Eugenia - Trecut, Prezent, Viitor (RO)
- Teoria specială a relativității (RO)
- Călătorii în timp (RO)
- Teoria generală a relativității (RO)
- Contes bleus (FR)
- Sunetul fizicii - Acustica fenomenologică (RO)
- Teoria relativității - Relativitatea specială și relativitatea generală (RO), de Albert Einstein
- Fizica atomică și nucleară fenomenologică (RO)
- Louvre Museum - Paintings (EN)
- Materia: Solide, Lichide, Gaze, Plasma - Fenomenologie (RO)
- Căldura - Termodinamica fenomenologică (RO)
- Lumina - Optica fenomenologică (RO)
- Poems from Titan Park (EN)
- Mecanica fenomenologică (RO)
- Solaris (Andrei Tarkovsky): Umanitatea dezumanizată (RO)
- De la Big Bang la singularități și găuri negre (RO)
- Schimbări climatice - Încălzirea globală (RO)
- Electricitate și magnetism - Electromagnetism fenomenologic (RO)

- Știința - Filosofia științei (RO)
- La Platanie - Une aventure dans le monde à deux dimensions (FR)
- Climate Change - Global Warming (EN)
- Poèmes du Parc Titan (FR)
- Mecanica cuantică fenomenologică (RO)
- Isaac Newton despre acțiunea la distanță în gravitație - Cu sau fără Dumnezeu? (RO)
- The singularities as ontological limits of the general relativity (EN)
- Distincția dintre falsificare și respingere în problema demarcației la Karl Popper (RO)
- Buclele cauzale în călătoria în timp (RO)
- Epistemologia serviciilor de informaţii (RO)
- Evoluția și etica eugeniei (RO)
- Filosofia tehnologiei blockchain - Ontologii (RO)
- Imre Lakatos: Euristica și toleranța metodologică (RO)
- Controversa dintre Isaac Newton și Robert Hooke despre prioritatea în legea gravitației (RO)
- Singularitățile ca limite ontologice ale relativității generale (RO)
- Filmul Solaris, regia Andrei Tarkovsky – Aspecte psihologice și filosofice (RO)
- Tehnologia Blockchain - Bitcoin (RO)
- Fizica fenomenologică - Compendiu - Volumul 1 (RO)
- Causal Loops in Time Travel (EN)
- Chinese Fables and Folk Stories (Fables et histoires populaire chinoises) (EN-FR)
- Isaac Newton on the action at a distance in gravity: With or without God? (EN)
- Isaac Newton vs Robert Hooke sur la loi de la gravitation universelle (FR)
- Epistemology of Intelligence Agencies (EN)
- The distinction between falsification and refutation in the demarcation problem of Karl Popper (EN)
- Isaac Newton vs. Robert Hooke on the law of universal gravitation (EN)
- Evolution and Ethics of Eugenics (EN)
- Solaris, directed by Andrei Tarkovsky - Psychological and philosophical aspects (EN)
- La philosophie de la technologie blockchain - Ontologies (FR)
- Philosophy of Blockchain Technology - Ontologies (EN)
- Isaac Newton sur l'action à distance en gravitation : Avec ou sans Dieu ? (FR)
- Imre Lakatos: L'heuristique et la tolérance méthodologique (FR)
- Fizica fenomenologică - Compendiu - Volumul 2 (RO)
- Épistémologie des services de renseignement (FR)
- Boucles causales dans le voyage dans le temps (FR)
- Le film Solaris, réalisé par Andrei Tarkovski - Aspects psychologiques et philosophiques (FR)
- Les singularités comme limites ontologiques de la relativité générale (FR)
- Etica Big Data în cercetare (RO)
- Teorii cauzale ale referinței pentru nume proprii (RO)
- La distinction entre falsification et rejet dans le problème de la démarcation de Karl Popper (FR)
- Epistemologia gravitației experimentale – Raționalitatea științifică (RO)
- The Adventures of a Red Ant, by Henri de la Blanchère (EN)
- Big Data (RO)

- Tapetul galben, de Charlotte Perkins Gilman (RO)
- Evolution et éthique de l'eugénisme (FR)
- Imre Lakatos: Methodological Tolerance and Heuristic (EN)
- Gravitația (RO)
- Filosofia contează - Prezentări și recenzii (RO)
- Les aventures d'une fourmi rouge (The adventures of a red ant), par (by) Henri de la Blanchère (FR-EN)
- Big Data Ethics in Research (EN)
- Înțeles, sens și referință în filosofia limbajului și logica filosofică (RO)
- Epistemology of experimental gravity - Scientific rationality (EN)
- Fables et histoires populaires chinoises, par Mary Hayes Davis et Chow-Leung (FR)
- Causal Theories of Reference for Proper Names (EN)
- Last Thoughts, by Henri Poincaré (EN)
- Memories of a Sparrow, by Henri de la Blanchère (EN)
- Les mémoires d'un Pierrot (Memories of a Sparrow), by Henri de la Blanchère (FR-EN)
- De ce (nu) suntem fericiți? (RO)
- Excel - Ghid pentru începători (RO)
- PowerPoint - Ghid pentru începători (RO)
- Epistémologie de la gravité expérimentale - Rationalité scientifique (FR)
- L'éthique des mégadonnées (Big Data) en recherche (FR)
- Théories causales de la référence pour les noms propres (FR)
- Emoțiile și inteligența emoțională în organizații (RO)
- Inteligența emoțională (RO)
- Emotions and Emotional Intelligence in Organizations (EN)
- Émotions et intelligence émotionnelle dans les organisations (FR)

Contact

Email: nicolae@sfetcu.com

Facebook/Messenger: https://www.facebook.com/nicolae.sfetcu
Twitter: http://twitter.com/nicolae
LinkedIn: http://www.linkedin.com/in/nicolaesfetcu
YouTube: https://www.youtube.com/c/NicolaeSfetcu

Editura

MultiMedia Publishing

*web design, comerţ electronic, alte aplicaţii web * internet marketing, seo, publicitate online, branding * localizare software, traduceri engleză şi franceză * articole, tehnoredactare computerizată, secretariat * prezentare powerpoint, word, pdf, editare imagini, audio, video * conversie, editare şi publicare cărţi tipărite şi electronice, isbn*

Tel./ WhatsApp: 0040 745 526 896
Email: office@multimedia.com.ro

MultiMedia: http://www.multimedia.com.ro/
Online Media: https://www.setthings.com/

Facebook: https://www.facebook.com/multimedia.srl/
Twitter: http://twitter.com/multimedia
LinkedIn: https://www.linkedin.com/company/multimedia-srl/